

M



Mittlerer Schulabschluss – Mathematik

Hinweise und Beispiele zu den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben



Hamburg

Schriftliche Prüfung zum mittleren Schulabschluss

Mathematik

Lösungen zu den zentralen
schriftlichen Prüfungsaufgaben



Hamburg

Behörde für Schule,
Familie und Berufsbildung

Impressum

Herausgeber:

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule, Familie und Berufsbildung
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg

Referatsleitung Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht:

Dr. Najibulla Karim

Fachreferentin Mathematik für Stadtteilschulen:

Anna Catharina Serck

Redaktion:

Jirko Michalski
Lis Nielsen
Carsten Reich
Anna Catharina Serck
Christine Töllner

Vorwort und Schlussredaktion:

Dr. Najibulla Karim
Anna Catharina Serck

Alle Rechte vorbehalten.

Internet: <http://www.hamburg.de/abschlusspruefungen>

Hamburg, Februar 2026

Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort	4
2. Lösungen zu den Aufgaben ohne Einsatz des Taschenrechners	
2.1 Aufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen nach Leitideen	5
2.2 Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben	19
3. Lösungen zu den komplexen Aufgaben mit Einsatz des Taschenrechners	
3.1 Aufgaben zur Leitidee Raum und Form sowie zur Leitidee Messen	37
3.2 Aufgaben zur Leitidee funktionaler Zusammenhang	53
3.3 Aufgaben zur Leitidee Daten und Zufall.....	70

1. Vorwort

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

die vorliegende Handreichung versteht sich als Ergänzung zu den Regelungen für die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben und enthält **Lösungen und Bewertungshinweise** zu den Übungsaufgaben sowie Beispielen zur Vorbereitung auf die zentralen schriftlichen Abschlussprüfungen zum Erwerb des mittleren Schulabschlusses (MSA) im Fach Mathematik. Die Aufgaben dieser Handreichung basieren auf überarbeiteten Aufgaben aus ehemaligen Prüfungen.

Vor dem Hintergrund der veränderten Rahmenbedingungen der schriftlichen MSA-Prüfung, insbesondere der Anpassung der Aufgabenstruktur und der Gewichtung der Aufgabenbereiche, wurde die Handreichung überprüft und inhaltlich weiterentwickelt. Ziel ist es, Lehrkräften sowie Schülerinnen und Schülern eine verlässliche Orientierung und eine gezielte Vorbereitung auf die aktuellen Prüfungsanforderungen zu ermöglichen.

Die Aufgabenstellungen berücksichtigen den Rahmenplan Mathematik für die Stadtteilschule sowie die in den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz für den mittleren Schulabschluss formulierten zentralen Ideen (Leitideen) und Anforderungen.

- Für den hilfsmittelfreien Teil stehen den Prüflingen mehrere Aufgabensätze zur Verfügung, die in Umfang, Aufbau und Anforderungsniveau an das aktuelle Prüfungsformat angepasst sind. Dieser Aufgabenteil ist für alle Prüflinge verpflichtend.
- Im hilfsmittelgestützten Teil ist die Aufgabe zur Leitidee „Messen sowie Raum und Form“ als Pflichtaufgabe vorgesehen und wird mit 25 Bewertungseinheiten gewichtet.
- Zusätzlich beinhaltet die Prüfung eine Wahlaufgabe, bei der die Prüflinge zwischen einer Aufgabe zur Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ und einer Aufgabe zur Leitidee „Daten und Zufall“ wählen. Beide Aufgaben sind jeweils mit 20 Bewertungseinheiten gewichtet. Die Aufgaben im hilfsmittelgestützten Teil sind nach Leitideen geordnet, berücksichtigen die aktuellen Schwerpunktsetzungen und sind hinsichtlich Textumfang und Komplexität an die zeitlichen Rahmenbedingungen der Prüfung angepasst.
- Für die Schülerinnen und Schüler wurde eine Übersichtsseite aufgenommen, auf der dokumentiert werden kann, welche Aufgaben wann und mit welchem Erfolg bearbeitet wurden. Darüber hinaus enthält die Handreichung eine Übersicht über die in den Aufgaben verwendeten verbindlichen Arbeitsaufträge (Operatoren).

In der Hoffnung, dass die vorliegende Handreichung Sie bei Ihrer Unterrichtsarbeit sowie bei der Vorbereitung Ihrer Schülerinnen und Schüler auf die schriftliche Abschlussprüfung unterstützt, wünschen wir Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg.

Um die weitere Qualitätsentwicklung der Prüfungsaufgaben sind wir ständig bemüht, gern nehmen wir daher Ihre Rückmeldungen entgegen.

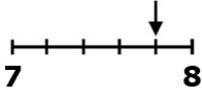
Anna Catharina Serck
Fachreferentin Mathematik
Stadtteilschulen

Dr. Najibulla Karim
Referatsleiter
MINT-Referat


2. Lösungen zu den Aufgaben ohne Einsatz des Taschenrechners

2.1 Aufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen nach Leitideen

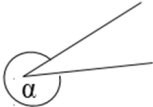
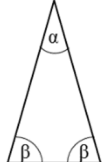
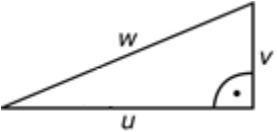
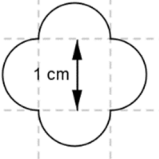
Leitidee „Zahl“ (Teil 1)

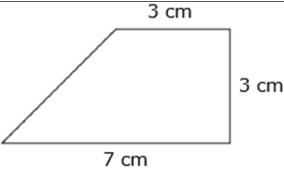
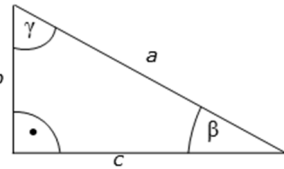
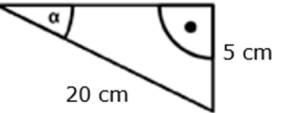
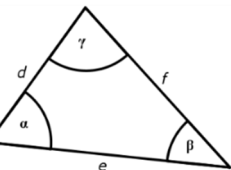
	Lösung: Leitidee „Zahl“ (Teil 1)			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
1.	$33 \cdot (-99) =$	-3 267	A	1		
2.	$(-231) : (-3) =$	77	C	1		
3.	$(-3) + (-9) =$	-12	A	1		
4.	$7 \cdot 68 - 7 \cdot 58 =$	70	A	1		
5.	$6 - 4 : (7 - 3) =$	5	C	1		
6.	12,755 auf Hundertstel gerundet ist	12,76	C	1		
7.	Die kleinste Zahl ist	$\frac{1}{8}$	D		1	
8.	Die größte Zahl ist	-0,69	A		1	
9.	Genau in der Mitte von -3 und +2 liegt	-0,5	B		1	
10.	 Der Pfeil markiert den Wert	7,8	C	1		
11.	Wie groß ist die Differenz von $\frac{7}{10}$ und $\frac{3}{8}$?	$\frac{13}{40}$	D	1		
12.	$\frac{4}{7} : \frac{8}{21} =$	$1\frac{1}{2}$	D	1		
13.	$\frac{1}{9} =$	$0,\bar{1}$	D	1		
14.	$\frac{1}{8} - 0,05 =$	0,075	A		1	
15.	$\frac{a}{2} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{2}{a} \cdot b =$	1	C			1

Leitidee „Zahl“ (Teil 2)


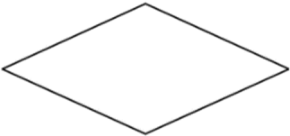
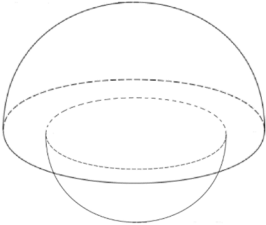
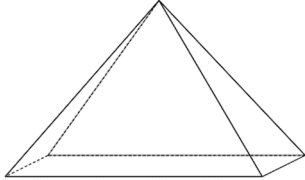
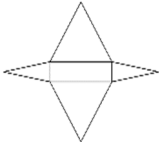
	Lösung: Leitidee „Zahl“ (Teil 2)			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
1.	Welche graue Fläche entspricht dem Anteil von 60 %?		C	1		
2.	9 von 30 Kindern haben kein Handy. Das sind	30 %	D	1		
3.	Das Kleid kostet 18 €. Die Kundin bekommt 20 % Rabatt. Das Kleid kostet jetzt	14,40 €	A		1	
4.	In einer 10. Klasse sind 3 Schüler 18 Jahre alt. Das sind 12 % der Schüler. Die Klasse hat also	25 Schüler	D		1	
5.	Lena hat 480 € auf ihrem Konto. Wie hoch ist ihr Guthaben nach einem Jahr bei einem Zinssatz von 1,5 % ?	487,20 €	B		1	
6.	Bei einem jährlichen Zinssatz von 2 % ist ein Kapital von 1 000 € nach zwei Jahren angewachsen auf	1 040,40 €	C		1	
7.	Joy überzieht ihr Konto 3 Monate mit 500 €. Wie viel muss sie bei einem jährlichen Zinssatz von 10 % zurück zahlen?	512,50 €	B		1	
8.	$10^{-4} =$	0,0001	A		1	
9.	$0,064 =$	$0,4^3$	C	1		
10.	$2^3 \cdot 2^2 =$	2^5	A	1		
11.	$\sqrt{8}$ liegt zwischen	2,5 und 3	C		1	
12.	$\sqrt{\frac{25}{625}} =$	0,2	A		1	
13.	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$	3	B		1	
14.	$(\sqrt[3]{8})^2 =$	4	B		1	
15.	$\sqrt{-4} =$	nicht lösbar (in \mathbb{R})	D			1

Leitidee „Messen“

Lösung Leitidee „Messen“				Zuordnung, Bewertung		
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III	
1. Die Breite eines Zeigefingers eines Erwachsenen beträgt etwa	0,01 m	C	1			
2. Der Winkel α hat eine Größe von etwa 	335°	D	1			
3. Die (Innen-)Winkelsumme eines Drachens beträgt	360°	C	1			
4. $\alpha = 40^\circ$ $\beta =$ 	70°	A	1			
5. In diesem Dreieck gilt: 	$v = \sqrt{w^2 - u^2}$	B		1		
6. Ein Dreieck mit einer Höhe von 6 cm und einer Grundseite von 8 cm hat den gleichen Flächeninhalt wie ein Rechteck mit den Seiten	$a = 3$ cm $b = 8$ cm	D	1			
7. Der Umfang der Figur beträgt 	$2 \cdot \pi$ cm	C		1		
8. Ein Prisma hat eine Grundfläche von 7 cm^2 und eine Höhe von 4 cm. Das Volumen beträgt	28 cm^3	A	1			
9. Ein Quader mit einem Oberflächeninhalt von 40 cm^2 hat die Kantenlängen	$a = 4$ cm $b = 2$ cm $c = 2$ cm	C		1		
10. Ein Rechteck mit ganzzahligen Seitenlängen hat einen Umfang von 24 cm. Der Flächeninhalt ist niemals	14 cm^2	A		1		
11. Bestimme den Umfang der Figur.	18 cm	D			1	

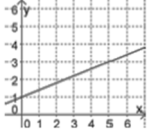
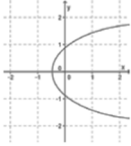
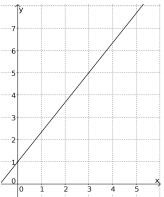
Lösung Leitidee „Messen“				Zuordnung, Bewertung		
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III	
 <p>nicht maßstabsgerecht</p>						
<p>12. In diesem Dreieck gilt:</p> 	$\tan \beta = \frac{b}{c}$	B		1		
<p>13. In einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit $\gamma = 90^\circ$ gilt nicht</p>	<p><i>b</i> ist die Hypotenuse zu γ</p>	C		1		
<p>14. Die Größe des Winkels α wird bei der Taschenrechnereingabe angezeigt mit</p>  <p>nicht maßstabsgerecht</p>	$\sin^{-1}(0,25)$	A			1	
<p>15. In folgendem Dreieck gilt:</p> 	$\frac{d}{\sin \beta} = \frac{e}{\sin \gamma}$	C			1	

Leitidee „Raum und Form“

Lösung Leitidee „Raum und Form“				Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
1.	Ein gestreckter Winkel hat die Größe	180°	B	1		
2.	Welche Abbildung zeigt einen stumpfen Winkel?		A	1		
3.	Dies ist kein 	Quadrat	C	1		
4.	Folgender Körper ist ein Prisma	Würfel	C	1		
5.	Die Oberfläche eines Dreiecksprismas besteht aus	2 Dreiecken und 3 Rechtecken	A		1	
6.	Der Mantel eines Zylinders hat die Form eines	Rechtecks	C	1		
7.	Dieser zusammengesetzte Körper hat folgende Teilflächen: 	2 Halbkugeln und 1 Kreisring	D		1	
8.	Zu dem Körper passt folgendes Netz: 		B		1	

Lösung Leitidee „Raum und Form“				Zuordnung, Bewertung		
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III	
9. Mit welchem der angegebenen Punkte lässt sich das gleichschenklige Trapez ABCD zeichnen 	$D(4 1)$	A		1		
10. Der Punkt $A(2 4)$ wird um 3 Einheiten nach links auf der x -Achse verschoben. Er hat nun folgende Koordinaten	$A'(-1 4)$	D		1		
11. Der Punkt $C(5 -2)$ wird an der y -Achse gespiegelt. Seine Koordinaten lauten dann	$C'(-5 -2)$	B			1	
12. Ein gleichseitiges Dreieck besitzt ___ Symmetrieachsen	3	C		1		
13. In folgendem Viereck liegt keine Punktsymmetrie vor	Drachen	B		1		
14. Werden bei einem Dreieck die Grundseite und die Höhe verdoppelt, so ist der neue Flächeninhalt	vierfach so groß	D		1		
15. Das Volumen einer Kugel berechnet sich mit $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$. Der Radius wird verdoppelt. Mit welchem Term lässt sich das Volumen bestimmen?	$\frac{4}{3}\pi \cdot (2 \cdot r)^3$	C			1	

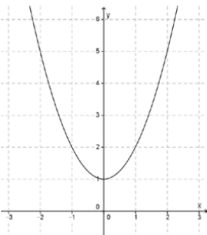
Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 1)

Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 1)				Zuordnung, Bewertung							
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III						
1. Ein proportionaler Zusammenhang wird beschrieben durch die Funktionsgleichung $f(x) =$	$2x$	C		1							
2. Zur Funktion $f(x) = \frac{2}{5}x + 1$ passt der Graph		A		1							
3. Eine Gerade hat als Graph die Funktionsgleichung $f(x) =$	$2x + 1$	C		1							
4. Auf der Geraden g mit der Funktionsgleichung $g(x) = 2x - 3$ liegt der Punkt	$P(1 -1)$	B		1							
5. Welcher Graph stellt keine Funktion dar?		C	1								
6. Für das Füllen eines Beckens brauchen 2 gleichstarke Pumpen 4 Std. Dann brauchen 5 gleichstarke Pumpen für das Füllen dieses Beckens	1,6 Std.	B		1							
7. Zwei Tickets kosten 46 €. Dann kosten drei Tickets	69 €	B	1								
8. Welche Gerade hat die größte Steigung? $f(x) =$	$\frac{12}{13}x - 16$	A		1							
9. In der Tabelle ist eine antiproportionale Zuordnung dargestellt. Die fehlende Länge beträgt	0,20	A	1								
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Anzahl</td> <td>Länge (m)</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,60</td> </tr> <tr> <td>15</td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> </table>		Anzahl	Länge (m)	5	0,60	15					
Anzahl	Länge (m)										
5	0,60										
15											
10.  Die Gerade hat eine Steigung von	$\frac{4}{3}$	B		1							

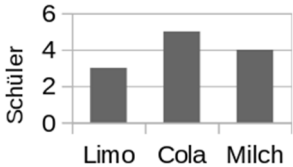
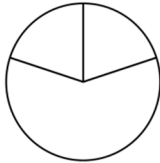

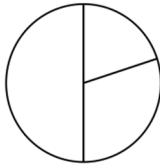
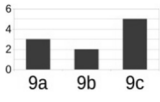
Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 1)				Zuordnung, Bewertung		
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III	
11. Eine proportionale Zuordnung hat die allgemeine Form	ax	B		1		
12. Welche der Geraden g_1, g_2, g_3, g_4 schneidet die Gerade $f(x) = 3x - 4$ bei $x = 2$?	$g_2(x) = 2x - 2$	B		1		
13. $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} =$	$\frac{ad - cb}{bd}$	A			1	
14. $x^5 \cdot x^3 \cdot x^4 =$	x^{12}	B			1	
15. $\frac{3^b}{3^{2b}} =$	$\frac{1}{3^b}$	A			1	

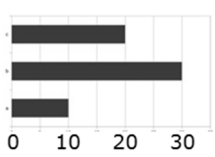
Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 2)

Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 2)				Zuordnung, Bewertung		
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III	
1. Welche Funktionsgleichung stellt eine nach oben geöffnete und gestauchte Parabel dar? $f(x) =$	$\frac{1}{3}x^2$	A	1			
2. Auf der Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ liegt der Punkt	P(2 4)	B	1			
3. Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 - 1$	hat ihre Nullstellen bei +1 und -1	D		1		
4. Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 - 2$ hat	ihren Scheitelpunkt in S(0 -2)	B		1		
5. Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = (x - 3)^2$ hat	ihre Nullstelle bei $x = 3$	B		1		
6. Das Gleichungssystem I. $2x + 6y = 8$ II. $x + 3y = 4$	hat unendlich viele Lösungen	D			1	

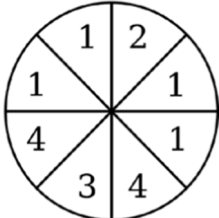
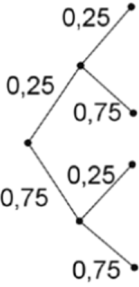
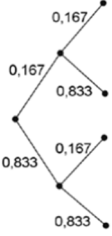
Lösung: Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 2)				Zuordnung, Bewertung		
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III	
7. Das Gleichungssystem I. $3x + 4y = 12$ II. $2x + 4y = 4$ hat die Lösung	$x = 8$ $y = -3$	B			1	
8. $(3x - 5)(x + 4) =$	$3x^2 + 7x - 20$	C		1		
9. Folgende Funktion hat keine Nullstellen: $f(x) =$	$x^2 + 1$	B		1		
10.  Der Graph passt zur Funktionsgleichung $f(x) =$	$(x - 0)^2 + 1$	B		1		
11. Eine Parabel mit der Gleichung $f(x) = x^2$ wird um 3 Einheiten auf der x-Achse nach rechts verschoben. Der neue Funktionsterm ist dann $f'(x) =$	$(x - 3)^2$	D		1		
12. $x_1 = -4; x_2 = 4$ ist die Lösung der Gleichung $0 =$	$x^2 - 16$	C		1		
13. Eine Parabel der Form $f(x) = ax^2 + b$ ist	achsen-symmetrisch zur y-Achse	B			1	
14. $p \% = 5 \%$ Somit beträgt die Wachstumsrate $a =$	1,05	C		1		
15. Die Anzahl von Bakterien eines bestimmten Bakteriums verdoppelt sich alle 60 Minuten. Anfangs wird eine Bakterie auf eine Nährlösung gegeben. Nach wie vielen vollen Stunden hat man mehr als 100 Bakterien?	7	D			1	

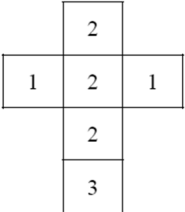
Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 1)

		Lösung: Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 1)			Zuordnung, Bewertung									
					I	II	III							
Aufgabe		Lösung	Buchstabe											
1.	<p>Folgendem Diagramm entnimmt man, dass</p> 	4 Kinder Milch trinken	D	1										
2.	<p>20 % der Schüler einer Klasse haben ein einfaches Handy, 60 % haben ein Smartphone und der Rest besitzt keines von beiden. Zu dieser Verteilung passt folgendes Diagramm</p> 		C		1									
3.	<p>Dieses Diagramm ist ein</p> 	Streifen- diagramm	C	1										
4.	<p>$\frac{1}{5}$ der Schüler einer Klasse wählen Pizza zum Mittagessen, $\frac{3}{10}$ wählen Döner und der Rest entscheidet sich für Spaghetti. Zu dieser Verteilung passt folgendes Diagramm</p> 		B		1									
5.	<p>Welches Diagramm passt zu folgender Tabelle:</p> <table border="1" data-bbox="220 1310 486 1451"> <thead> <tr> <th>Klasse</th> <th>Siege</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>9a</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>9b</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>9c</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	Klasse	Siege	9a	3	9b	2	9c	5		A	1		
Klasse	Siege													
9a	3													
9b	2													
9c	5													
6.	<p>20 Schüler eines Jahrgangs spielen gerne Handball. Das ist eine</p>	absolute Häufigkeit von 20	B	1										
7.	<p>17 von 51 Kindern trinken gerne Kakao. Das entspricht einer relativen Häufigkeit von</p>	$\frac{1}{3}$	C		1									
8.	<table border="1" data-bbox="220 1769 507 2033"> <thead> <tr> <th>Farbe</th> <th>Kinder</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>rot</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>blau</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>weiß</td> <td> </td> </tr> </tbody> </table> <p>Der Tabelle kann man die folgende Information entnehmen</p>	Farbe	Kinder	rot		blau		weiß		eine Spannweite von 4	D	1		
Farbe	Kinder													
rot														
blau														
weiß														

Lösung: Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 1)				Zuordnung, Bewertung											
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III										
9. Ayse hat folgende Noten: Mathe: 1 Englisch: 3 Deutsch: 2 Der Mittelwert wird berechnet mit	$\frac{1 + 3 + 2}{3}$	C		1											
10. Den Unterschied zwischen größter und kleinster Zahl einer Umfrage nennt man	Spannweite	D	1												
11. Familie Gür hat folgende Schuhgrößen: 23, 36, 38, 39, 41 und 45 Der Zentralwert ist	38,5	C		1											
12.  Dieses Diagramm ist ein	Balkendiagramm	A	1												
13. Ein Notendurchschnitt von 3 passt zu folgender Verteilung	1: 1 2: 2 3: 3 4: 2 5: 1	A		1											
14. 30 Schüler wurden befragt, wie viel Zeit sie für Hausaufgaben pro Woche aufwenden: <table border="1" data-bbox="220 1478 507 1691"> <thead> <tr> <th>Stunden</th> <th>Schüler</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table> Im Durchschnitt macht jeder Schüler ____ Stunden Hausaufgaben.	Stunden	Schüler	1	5	2	10	3	10	4	5	2,5	B		1	
Stunden	Schüler														
1	5														
2	10														
3	10														
4	5														
15. Emil berichtet: „Ich habe von Hamburg nach München (etwa 800 km) 6,5 Stunden gebraucht.“ Er fuhr mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von	120 km/h	B		1											

Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 2) – Erwartungshorizont

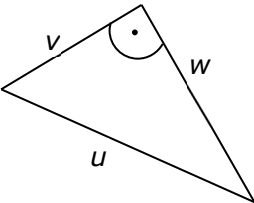

	Lösung: Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 2)			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
1.	 <p>Die Wahrscheinlichkeit dafür, als Ergebnis eine 4 zu erhalten, beträgt</p>	$\frac{1}{4}$	C	1		
2.	Die Wahrscheinlichkeit dafür, mit einem normalen Spielwürfel zweimal hintereinander eine 3 zu würfeln, beträgt	$\frac{1}{36}$	D	1		
3.	 <p>Zu dem Baumdiagramm passt das Zufallsereignis</p>	2 mal hintereinander ein Glücksrad mit 4 gleich großen Feldern drehen (1 rotes, 3 blaue Felder)	D		1	
4.	Die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einem Wurf mit zwei normalen Spielwürfeln genau eine 6 zu würfeln, lässt sich berechnen durch	$2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$	C			1
5.	In zwei Würfeln eine 6 mit einem normalen Spielwürfel zu würfeln, passt zu folgendem Baumdiagramm mit gerundeten Wahrscheinlichkeiten		A		1	
6.	Die Wahrscheinlichkeit dafür, mit einer Münze zweimal hintereinander das gleiche Ergebnis zu werfen, beträgt	50 %	C	1		
7.	Welches Ereignis hat immer eine Wahrscheinlichkeit von 50 %?	Das Würfeln einer geraden Zahl mit einem	B	1		

Lösung: Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 2)				Zuordnung, Bewertung		
Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III	
	normalen Spielwürfel.					
8. Ein Würfel mit diesem Netz  hat die Wahrscheinlichkeiten	$P(1) = \frac{1}{3}$ $P(2) = \frac{1}{2}$ $P(3) = \frac{1}{6}$	A	1			
9. Vier Plättchen befinden sich in einem Beutel. Darauf stehen die Buchstaben A, M, M und A . Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „ MAMA “ gebildet wird?	$\frac{1}{6}$	B			1	
10. Hendrik wirft eine Münze und einen normalen Spielwürfel. Die Wahrscheinlichkeit für $P(\text{Kopf;gerade Zahl})$ beträgt	$\frac{1}{4}$	A		1		
11. Jens hat die letzte Ziffer seiner PIN für sein Handy vergessen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er zweimal falsch rät, beträgt	$\frac{72}{90}$	C		1		
12. Die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einmaligem Würfeln mit einem normalen Spielwürfel keine Augenzahl kleiner als 5 zu bekommen, beträgt	$\frac{1}{3}$	C			1	
13. 19-mal ist mit einem normalen Spielwürfel keine 6 gewürfelt worden. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim 20. Wurf eine 6 fällt, beträgt	$\frac{1}{6}$	C	1			
14. In einem Beutel befinden sich 3 grüne und 4 blaue Kugeln. Zwei Kugeln werden zusammen mit einem Griff gezogen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, eine grüne und eine blaue in der Hand zu haben, beträgt	$\left(\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6}\right) \cdot 2$	A			1	
15. Eine Münze wird dreimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit für mindestens einmal „Wappen“ und „Zahl“ beträgt	$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2$	D			1	

2.2 Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben

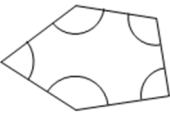
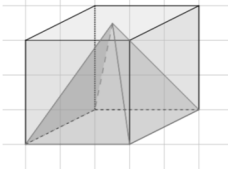
Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont


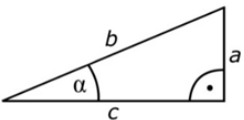
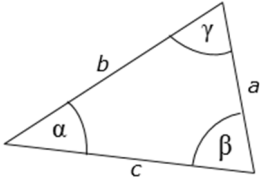
Lösung: Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
a)	$239 \cdot 3 =$	717	C	1		
b)	$7,2 \cdot 1\,000 : 10 =$	720	B	1		
c)	$242 - 42 \cdot 2 + 32 =$	190	D	1		
d)	$\frac{2}{5} \text{ m} =$	40 cm	B	1		
e)	$-44 - 44 =$	-88	A	1		
f)	$5^n = 625, n =$	4	C		1	
g)	$\frac{12^2}{4^2} =$	9	C		1	
h)	$(2x - 3) \cdot (3 + 4x) =$	$8x^2 - 6x - 9$	C		1	
i)	Ein Fußballfeld hat den Flächeninhalt von etwa	1 ha	C		1	
j)	Addiert man zu einer Zahl $2\frac{1}{3}$, so erhält man $9\frac{1}{6}$. Wie heißt die Zahl?	$6\frac{5}{6}$	D			1
k)	Welcher Rauminhalt ist der größte?	$0,4 \text{ m}^3$	B		1	
l)	Genau drei Wochen nach dem 12. März ist der	2. April	D	1		
m)	Ein Beutel enthält 4 rote, 3 gelbe und 2 blaue Kugeln. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „eine gelbe oder eine blaue Kugel ziehen“.	$\frac{5}{9}$	B		1	
n)	Es soll ein Dreieck mit folgenden Winkelgrößen konstruiert werden: $\alpha = 26^\circ, \beta = 44^\circ, \gamma = 90^\circ$ Welche Aussage trifft zu?	Das Dreieck ABC kann nicht konstruiert werden.	C		1	

Lösung: Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
o)	Ein Würfel hat einen Oberflächeninhalt von 6 cm^2 . Das Volumen dieses Würfels beträgt dann	1 cm^3	A			1
p)	Subtrahiert man von der Summe zweier positiven Zahlen a und b ihre Differenz, erhält man	$2b$	C			1
q)	Welche Gleichung gilt? 	$u = \sqrt{v^2 + w^2}$	A		1	
r)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei zweimaligem Drehen die Summe 15 zu erhalten? 	$\frac{1}{32}$	C			1
s)	Eine Dreiecksfläche mit der Grundseite 10 m und der Höhe 4 m ist	kleiner als eine Rechteckfläche mit $a = 8 \text{ m}$ und $b = 3 \text{ m}$	C		1	
t)	Für eine Funktion $g(x)$ gilt: $g(x) = m \cdot x + n$ $(m, n < 0)$ Der Graph ist <u>immer</u>	eine fallende Gerade	B			1

Lösungsskizze: Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	<p>a) Zeichnung des Baumdiagramms:</p> <p>Der unterste Ast mit der Lösung 0 kann auch entfallen</p> <p>b) Bestimmung der Wahrscheinlichkeit:</p> $P(\text{keine gelbe Kugel}) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$ <p>Die Wahrscheinlichkeit dafür, keine gelbe Kugel zu ziehen, beträgt $\frac{3}{5}$.</p>		1	1
3.	<p>a) $A'(-4 \mid 0,5)$</p> <p>b)</p> <p>c) (symmetrisches oder gleichschenkliges) Trapez Das Zeichnen des Trapezes wird nicht erwartet.</p>	1	1	
4.	$O = 4x^2 + 2 \cdot (x^2 - a^2) + 4ax$ $O = 4x^2 + 2x^2 - 2a^2 + 4ax$ $O = 6x^2 - 2a^2 + 4ax$			3
Insgesamt 30 BWE		8	13	9

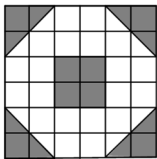
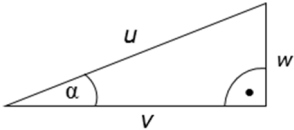
Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

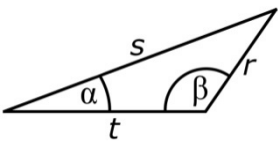
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
a)	4,004 t =	4 004 kg	B	1		
b)	Ein Zug fährt um 15:32 Uhr in Hamburg-Altona ab und erreicht Bremen um 16:41 Uhr. Seine Fahrzeit beträgt	1 h 09 min	D	1		
c)	Ein Liter Milch kostet ungefähr	zwischen 0,60 € und 2 €	B	1		
d)	9 532 ist teilbar durch	4	B	1		
e)	$0,1 \cdot 0,1 =$	0,01	C	1		
f)	Der Preis eines Pullovers ist um 40 % reduziert worden. Der Pullover kostet jetzt 42 €. Wie teuer war er vor der Preisreduzierung?	70 €	C		1	
g)	$\frac{9}{25} =$	0,36	C	1		
h)	Der Flächeninhalt eines Parallelogramms verdoppelt sich, wenn man	genau eine Höhe verdoppelt	C		1	
i)	$0,3^3 =$	0,027	C	1		
j)	Die Summe der Innenwinkel in dieser Figur beträgt 	540°	B		1	
k)	 In der Abbildung erkennst du, dass die Höhe des Würfels und die Höhe der Pyramide übereinstimmen. Dann gilt: $\frac{\text{Volumen}_{\text{Würfel}}}{\text{Volumen}_{\text{Pyramide}}} =$	$\frac{3}{1}$	D			1
l)	Eine Schnecke kriecht mit einer Geschwindigkeit von etwa	1 mm pro Sekunde	A		1	

Lösung: Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
m)	$\sqrt{0,0064} =$	0,08	C		1	
n)	Das Dreifache des Kehrwertes einer Zahl x ist	$\frac{3}{x}$	D		1	
o)	Ein Bakterium vermehrt sich durch ständige gleichmäßige Zellteilung. Welche Funktionsgleichung kann zur Berechnung benutzt werden? $f(x) =$	2^x	D		1	
p)	Bei einem Glücksspiel soll die Chance auf einen Gewinn 20 % betragen. Für welches Glücksspiel trifft dies zu?	Einmal das Glücksrad drehen. Grau gewinnt. 	C		1	
q)	Für das Volumen einer Kugel gilt: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$ Dann gilt: $r =$	$\sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$	D			1
r)	Der Wert des Terms $a^2 - b$ beträgt für $a = -3$ und $b = -2$	11	A		1	
s)	 In diesem Dreieck gilt:	$\sin \alpha = \frac{a}{b}$	A		1	
t)	 In diesem Dreieck gilt:	$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{b}$	C			1

	Lösungsskizze: Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	<p>Bestimmung der Lösungen für das Gleichungssystem zum Beispiel mit Hilfe des Subtraktionsverfahrens:</p> <p>I. $2y - 4x = 6$ II. $2y - 2x = 9$ $-2x = -3$ $x = 1,5$</p> <p>x-Wert einsetzen in II zur Bestimmung von y:</p> $2y - 2 \cdot 1,5 = 9$ $2y = 12$ $y = 6$	1	3	
3.	<p>a) $P(\text{Ampel grün}) = 1 - 0,8 = 0,2$ $P(\text{Ampel beide Male grün}) = 0,2^2 = 0,04 = 4 \%$</p> <p>b) $P(\text{Ampel dreimal rot}) = 0,8^3 = 0,512$ $P(\text{Ampel mindestens einmal grün})$ $= 1 - 0,512$ $= 0,488$ $= 48,8 \%$</p> <p>c) 60 Versuche mit einer Erfolgswahrscheinlichkeit von 0,8 ergibt eine zu erwartende Häufigkeit von 48-mal.</p>			6
	Insgesamt 30 BWE	8	13	9

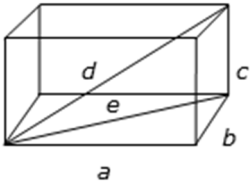
Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

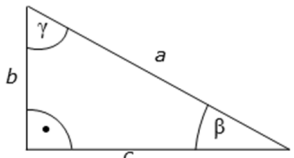
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
a)	$0,2 \cdot \frac{1}{2} =$	0,1	B	1		
b)	1,3 cm =	13 mm	C	1		
c)	291 ist teilbar durch	3	A	1		
d)	Die Hauptsaison eines Hotels beginnt am 15. Juni und endet am 31. August desselben Jahres. Das sind	77 Tage	B	1		
e)	$\frac{1}{8}$ kg =	125 g	D	1		
f)	$132 : 12 = x : 24$ Dann ist $x =$	264	C	1		
g)	$(x + 2)^2 = 16$ Dann gilt:	$x = 2$ oder $x = -6$	B		1	
h)	 Welcher Flächenanteil ist grau?	$\frac{1}{3}$	A	1		
i)	Mit 20 % Rabatt kostet eine Ledertasche 40 €. Der Originalpreis war	50 €	B		1	
j)	 In diesem Dreieck gilt:	$\sin \alpha = \frac{w}{u}$	C		1	
k)	Ein Kreissektor hat einen Mittelpunktswinkel von 45° . Sein Flächenanteil am Vollkreis beträgt dann	12,5 %	D		1	

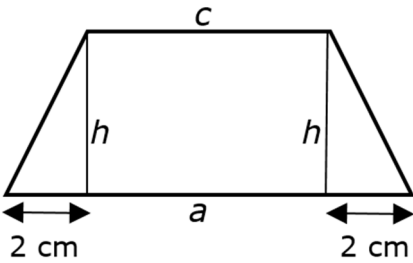
Lösung: Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
l)	Der Wert von $\sqrt{-9}$ ist	nicht lösbar (in \mathbb{R})	A		1	
m)	Die Wahrscheinlichkeit, zweimal hintereinander mit einem normalen Spielwürfel dieselbe Zahl zu würfeln, beträgt	$\frac{1}{6}$	D		1	
n)	Genau vier Symmetrieachsen hat	jedes Quadrat	B	1		
o)	 <p>Bei diesem Dreieck gilt: $\frac{\sin \alpha}{r} =$</p>	$\frac{\sin \beta}{s}$	D			1
p)	Ein Kreis hat einen Radius von 3 cm. Sein Flächeninhalt beträgt ungefähr	30 cm ²	C		1	
q)	Das Volumen eines Kegels berechnet man mit Hilfe der Formel $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot r^2$. Dann gilt: $h =$	$\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot r^2}$	C		1	
r)	Ein Kühlschrank hat ein Volumen von etwa	180 dm ³	C		1	
s)	Die Geraden $y_1 = -x + 2$ und $y_2 = 4 - x$ schneiden sich	gar nicht	D		1	
t)	Wird bei einem Würfel die Oberfläche vervierfacht, dann wird sein Volumen	verachtacht	D			1

Lösung: Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil			Zuordnung, Bewertung			
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
Lösungsskizze: Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
2.	$x_1 = 0$ $x_2 = 7$				2	
3.	$A_{Dreieck} = \frac{2a \cdot 2a}{2} = 2a^2$ $A_{Quadrat} = 2a \cdot 2a = 4a^2$ $A_{gesamt} = 4 \cdot 2a^2 + 4a^2 = 12a^2$ Der Flächeninhalt der grauen Fläche beträgt $12a^2$.					4
4.	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Lea ein Feld nach links springt, beträgt $\frac{1}{6}$, dass sie ein Feld nach rechts springt $\frac{5}{6}$. Definition: L: ein Feld nach links springen R: ein Feld nach rechts springen Günstig sind die Ereignisse LR und RL. $P(LR,RL) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$ $= \frac{10}{36}$ $= \frac{5}{18} < 50 \%$ Die Behauptung ist also falsch.				1	3
Insgesamt 30 BWE				8	13	9

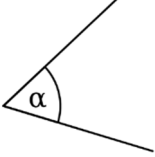
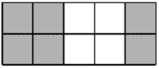
Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

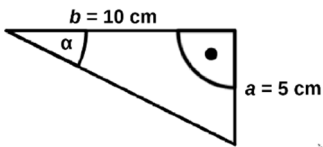
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
a)	Welche Zahl ist die größte?	0,21212	C	1		
b)	$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$	$\frac{3}{4}$	B	1		
c)	$\frac{3}{4} =$	0,75	B	1		
d)	0,202 =	20,2 %	A	1		
e)	1 ml =	0,001 l	C	1		
f)	$3 \cdot (x + 1) = 6$ Dann gilt	$x = 1$	B	1		
g)	40 % von 40 € sind	16 €	C	1		
h)	$(x + 1) \cdot (x - 1) =$	$x^2 - 1$	C		1	
i)	Schreibe in Kurzform als Gleichung: „Das Produkt aus einer Zahl mit der um 2 vergrößerten Zahl ist 15.“	$x \cdot (x + 2) = 15$	A		1	
j)	$\frac{3}{8}$ von 80 € sind	30 €	C	1		
k)	Ein Hühnerei wiegt ungefähr	45 g	C		1	
l)	4 Freunde treffen sich. Jeder gibt jedem die Hand. Dann werden	sechsmal die Hände geschüttelt	B		1	
m)	Die beiden Geraden zu $f(x) = 2x - 2$ $g(x) = 2x + 2$	sind parallel	D		1	
n)	 <p>Für die Raumdiagonale d des Quaders gilt</p>	$d^2 = c^2 + e^2$	A		1	

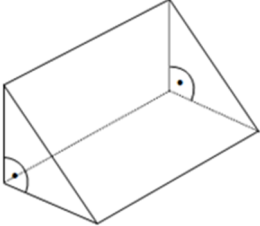
Lösung: Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
o)	Wie viele dieser Gleichungen sind richtig vereinfacht? $y + y + y = 3y$ $3 + x = 3x$ $c + c + c + c = c + 2c$ $a + b - 2a + 2b = a + 3b$	eine	B		1	
p)	Die Gerade g mit der Gleichung $g(x) = -2x + 1$	hat eine Nullstelle bei $x = 0,5$	A		1	
q)	In einem Beutel sind 5 Kugeln, darunter genau 3 rote. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, alle roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen nacheinander ohne Zurücklegen zufällig zu ziehen?	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3}$	A			1
r)	In diesem Dreieck gilt nicht 	$\tan \gamma = \frac{c}{a}$	C			1
s)	$\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} =$	$x - 1$	A			1
t)	Ein normaler Spielwürfel wird dreimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens einmal die 6 fällt, beträgt	$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$	C			1

Lösungsskizze: Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	<p>$a = 7 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$ und $h = 5 \text{ cm}$</p>  <p>Abbildung nicht maßstabsgerecht</p>		4	
3.	<ul style="list-style-type: none"> • Graph 1 • Es gilt $f(-d) = (-d + d)^2 = 0^2 = 0$ <p>Der Punkt $(-d 0)$, der auf der x-Achse liegt, ist also ein Punkt der Parabel. Damit kommt Graph 2 nicht mehr infrage, weil hier kein Punkt auf der x-Achse liegt.</p> <p>Wegen $d > 0$ gilt $-d < 0$. Der Punkt $(-d 0)$ liegt also im negativen Bereich der x-Achse. Damit kommt nur noch Graph 1 infrage.</p>			3
4.	<p>Bestätigung der Wahrscheinlichkeit:</p> $P(\text{ANNA}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{12}{120}$ <p>Der Name „ANNA“ wird mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{12}{120}$ gezogen.</p>		3	
Insgesamt 30 BWE		8	15	7


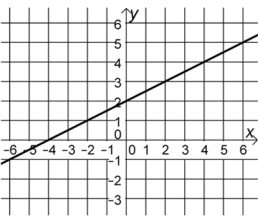
Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

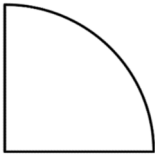
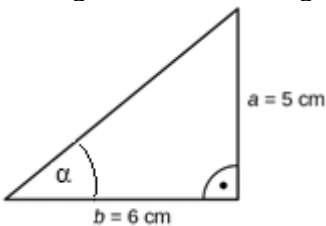
Lösung: Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung										
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III								
a)	Die Größe des Winkels beträgt etwa 	60°	B	1										
b)	Welche graugefärbte Fläche entspricht dem Anteil von $\frac{3}{5}$? 		C	1										
c)	Ein Würfel hat genau	6 gleich große Flächen	C	1										
d)	Die größte Länge ist	0,0002 km	D		1									
e)	Ein Smartphone hat im Allgemeinen eine Länge von etwa	1,3 dm	C		1									
f)	In einem Beutel befinden sich 5 Kugeln: 2 grüne und 3 blaue. Es werden ohne Zurücklegen 2 grüne Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim nächsten Zug eine blaue Kugel zu ziehen?	1	D	1										
g)	$\frac{4}{5} - \frac{1}{3} =$	$\frac{7}{15}$	D	1										
h)	$30 - 5 \cdot 3 - 20 =$	-5	B	1										
i)	Folgender Tabelle entnimmt man <table border="1" data-bbox="220 1489 545 1818"> <thead> <tr> <th>Sportart</th> <th>Schüler</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Fußball</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Handball</td> <td> </td> </tr> <tr> <td>Hockey</td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	Sportart	Schüler	Fußball	 	Handball		Hockey	 	eine relative Häufigkeit von 0,2 für Handball	B		1	
Sportart	Schüler													
Fußball	 													
Handball														
Hockey	 													

Lösung: Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
j)	$2 : 0,2 =$	10	D	1		
k)	$(2x - 4) \cdot (x + 4) =$	$2x^2 + 4x - 16$	A		1	
l)	$-3\frac{2}{5} + 1\frac{1}{10} =$	$-2\frac{3}{10}$	B		1	
m)	Es wird zweimal mit einem normalen Spielwürfel gewürfelt. Die Wahrscheinlichkeit, eine 3 und eine 4 zu werfen, beträgt	$\frac{1}{18}$	C		1	
n)	$\frac{2}{3} =$	$0,\bar{6}$	D	1		
o)	Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 - n$ hat	ihren Scheitelpunkt bei $S(0 -n)$	B			1
p)	Die Größe des Winkels α wird bei der Taschenrechnereingabe angezeigt mit 	$\tan^{-1}(0,5)$	A			1
q)	Die Diagonale eines Quadrates mit der Seitenlänge a berechnet man mit folgender Formel	$\sqrt{2a^2}$	A			1
r)	Größer als $-0,023$ ist	$-0,0229$	C		1	
s)	Zu welchem Funktionsterm gehören ausschließlich negative Funktionswerte?	$-x^2 + 3x - 3$	C			1
t)	$\frac{a}{2} + \frac{b}{4} =$	$\frac{2a + b}{4}$	D			1

Lösungsskizze: Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	a) Zeichnung der Kante: 	1		
	b) Berechnung des Volumens: $V_{\text{Prisma}} = G \cdot h_K$ $G = \frac{g \cdot h}{2}$ $G = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ $V_{\text{Prisma}} = 6 \cdot 5$ $V_{\text{Prisma}} = 30$ <p>Das Volumen dieses Dreiecksprismas beträgt 30 cm^3.</p>		3	
3.	Lösung mit quadratischer Ergänzung: $x^2 - 6x - 7 = 0$ $(x - 3)^2 - 7 - 9 = 0$ $(x - 3)^2 = 16$ $x_1 - 3 = -4$ $x_2 - 3 = 4$ $x_1 = -1 \text{ und } x_2 = 7$			4
4.	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \frac{4 - 1}{3 - 2} = 3$ <p>Die Steigung der Geraden g ist 3. <i>Eine zeichnerische Lösung ist auch möglich.</i></p>		2	
Insgesamt 30 BWE		8	13	9

Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil – Erwartungshorizont

1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
a)	$5 \cdot 99 =$	495	B	1		
b)	Wie viele Ecken hat eine Pyramide mit dreieckiger Grundfläche?	4	B	1		
c)	Welches Zufallsereignis hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{4}$?	 <p>Das kurze von 4 Streichhölzern ziehen.</p>	D	1		
d)	$10^3 \cdot 10^2 =$	10^5	C	1		
e)	$(2+9) \cdot (8-3-5) + 7 =$	7	C	1		
f)	Die kürzeste Strecke hat eine Länge von	0,3 cm	D	1		
g)	$\frac{7}{8} - \frac{1}{3} =$	$\frac{13}{24}$	C	1		
h)	$\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{10} =$	$\frac{1}{6}$	A	1		
i)	Der Punkt $P(3 5)$ liegt auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $g(x) =$	$2x - 1$	A		1	
j)	Auf eine Rechnung über 1 200 € bekommt ein Kunde 3 % Rabatt. Er bezahlt	1 164 €	B		1	
k)	Die Gleichung $9 = (2x - 5)^2$ hat die Lösungen	$x_1 = 4$ $x_2 = 1$	D		1	
l)	 <p>Zu dieser Geraden gehört die Funktionsvorschrift $g(x) =$</p>	$\frac{1}{2}x + 2$	A		1	

Lösung: Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil				Zuordnung, Bewertung		
1.	Aufgabe	Lösung	Buchstabe	I	II	III
m)	Die Gerade mit der Funktionsgleichung $f(x) = 4x + 8$ hat ihren Schnittpunkt mit der x-Achse im Punkt	$N(-2 \mid 0)$	B		1	
n)	$(y + 1) \cdot (y + 1) =$	$y^2 + 2y + 1$	D		1	
o)	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$	10	A		1	
p)	Die Figur hat folgenden Umfang  $r=1$ <i>nicht maßstabsgerecht</i>	$\frac{1}{2}\pi + 2$	B			1
q)	Die Parabel mit der Funktionsvorschrift $f(x) = (x + b)^2$ hat	eine Nullstelle	C			1
r)	In folgendem Dreieck gilt  $a = 5 \text{ cm}$ $b = 6 \text{ cm}$ <i>nicht maßstabsgerecht</i>	$\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{61}}$	A			1
s)	In einem Beutel sind 10 Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 10 beschriftet sind. Bestimme die Wahrscheinlichkeit – ohne Zurücklegen – aus dem Beutel zuerst eine gerade Zahl und danach die „5“ oder „7“ zu ziehen.	$\frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9}$	B			1
t)	$(4^{2b})^3 =$	4^{6b}	C		1	

	Lösungsskizze: Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	$P(2 7)$ einsetzen in $g(x) = m \cdot x + 3$: $7 = 2 \cdot m + 3 \quad -3$ $4 = 2 \cdot m \quad :2$ $2 = m$ Die Steigung hat den Wert 2.		3	
3.	$36 \cdot \pi = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \quad : \frac{4}{3}$ $36 \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi = r^3 \cdot \pi$ $27 \cdot \pi = r^3 \cdot \pi \quad : \pi$ $27 = r^3 \quad \sqrt[3]{}$ $r = 3$ Der Radius dieser Kugel beträgt 3 cm.			4
4.	Aus $0 = (x - 3) \cdot (x^2 - 8x + 16)$ folgt: $0 = x - 3 \quad \vee$ $0 = x^2 - 8x + 16$ also ist $x_1 = 3$ und $x_{2/3} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{4^2 - 16} = 4$ Die Lösungen der Gleichung sind $x_1 = 3$ und $x_2 = 4$.		2	1
	Insgesamt 30 BWE	8	13	9

3. Lösungen zu den komplexen Aufgaben mit Einsatz des Taschenrechners

3.1 Aufgaben zur Leitidee Raum und Form sowie zur Leitidee Messen (Pflichtaufgaben der Gruppe II)

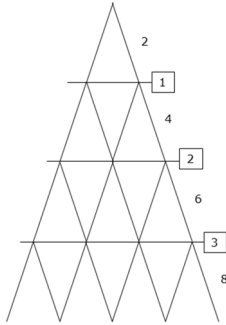
Wassertank

	Lösungsskizze: Wassertank	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Zylinder und Kegel	2		
b)	<ul style="list-style-type: none"> Berechnung der zu streichenden Fläche: Oberfläche des vollständigen Zylinders: $O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ Oberfläche des Zylinders ohne Boden: $O = 2 \pi r^2 + 2 \pi r h - \pi r^2 = \pi r^2 + 2 \pi r h$ $O = \pi \cdot 1^2 + 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 4,5 = 31,415... \approx 31,4$ <p>Es müssen etwa $31,4 \text{ m}^2$ angestrichen werden.</p> <ul style="list-style-type: none"> Berechnung der benötigten Menge an Farbe: $31,415... : 8 = 3,92...$ <p><i>Alternative Berechnung mit dem Kontrollwert ergibt 3,925.</i></p> <p>Man benötigt etwa 4 Liter Farbe.</p>	3	1	
c)	<p>Berechnung des Volumens eines Zylinders: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ <i>in diesem Fall also :</i> $V = \pi \cdot 1^2 \cdot 4,5$ $V = 14,137...$</p> <p>Das Volumen des oberen Teils des Tanks beträgt ungefähr $14,1 \text{ m}^3$.</p> <p>Berechnung des Volumens eines Kegels: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ <i>in diesem Fall also :</i> $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot 1,5$ $V = 1,5708...$</p> <p>Das Volumen des unteren Teils des Tanks beträgt ungefähr $1,6 \text{ m}^3$.</p> <p>Beide Teile zusammen besitzen das Volumen $V_{ges} = 14,1 \text{ m}^3 + 1,6 \text{ m}^3 = 15,7 \text{ m}^3$</p>	5		

Lösungsskizze: Wassertank		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<p>Die Formel für das Volumen einer Kugel wird schrittweise nach r umgeformt:</p> $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad \cdot \frac{3}{4}$ $\frac{3 \cdot V}{4} = \pi \cdot r^3 \quad : \pi$ $\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi} = r^3 \quad \sqrt[3]{}$ $r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$ <p>Durch das Einsetzen des gegebenen Volumens $V = 15,7 \text{ m}^3$ erhält man</p> $r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 15,7}{4 \cdot \pi}} = \sqrt[3]{3,748} = 1,55$ <p>Ein kugelförmiger Tank des Volumens $V = 15,7 \text{ m}^3$ besitzt den Radius $r = 1,55 \text{ m}$.</p>		5	

	Lösungsskizze: Wassertank	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	<p>Bestätigung der Seiten a und c über den Satz des Pythagoras:</p> $a = \sqrt{1^2 + 1,5^2}$ $= \sqrt{3,25}$ $= 1,802\dots$ $c = \sqrt{0,35^2 + 3,36^2}$ $= \sqrt{11,4121}$ $= 3,378\dots$ <p>Die Seite a ist etwa 1,80 m lang und die Seite c etwa 3,38 m.</p>		4	
f)	<p>Berechnung der fehlenden Winkelgröße:</p> $\beta = 180^\circ - 30^\circ - 70^\circ$ $= 80^\circ$ <p>Ermittlung der Länge b des Standbeins über den Sinussatz:</p> $\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$ $b = \frac{c}{\sin\gamma} \cdot \sin\beta$ $b = \frac{3,378\dots}{\sin 70^\circ} \cdot \sin 80^\circ$ $b = 3,540\dots$ <p>Die Länge eines Standbeins beträgt etwa 3,5 m.</p> <p><i>Alternative Berechnung mit dem Kontrollwert ergibt eine Länge von $b = 3,5422\dots$</i></p>			5
	Insgesamt 25 BWE	10	10	5

Kartenhaus (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

	Lösungsskizze: Kartenhaus	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$91800 \cdot 54 = 4\,957\,200$ $4\,957\,200 \text{ cm}^2 = 495,72 \text{ m}^2$ Die Spielkarten haben zusammen einen Flächeninhalt von $4\,957\,200 \text{ cm}^2$. Das entspricht $495,72 \text{ m}^2$. Jan hat also nicht Recht.	3		
b)	 <p style="margin-left: 20px;"> Stockwerke: $2 + 4 + 6 + 8 = 20$ Zwischendecken: $1 + 2 + 3 = 6$ Insgesamt werden mindestens 26 Spielkarten benötigt. </p>		3	
c)	<ul style="list-style-type: none"> • Berechnung der Höhe h: $\frac{c}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$ $h = \sqrt{9^2 - 2,5^2}$ $= \sqrt{74,75}$ $= 8,6458\dots$ Die Höhe h beträgt etwa 8,6 cm. • Berechnung der Größe des Winkels α: $\cos \alpha = \frac{2,5}{9}$ $\alpha = 73,872\dots^\circ$ Da das Dreieck gleichschenkelig ist, gilt $\alpha = \beta$. Berechnung der Größe des Winkels γ: $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot 73,872\dots^\circ$ $\gamma = 32,255\dots^\circ$ Die Winkel α und β sind etwa 74° und der Winkel γ ist etwa 32° groß. 	3	5	

Lösungsskizze: Kartenhaus		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<p>Da die Innenwinkelsumme im Dreieck 180° beträgt, gilt</p> $\alpha + \beta + \gamma_1 = 180^\circ$ <p>Da die drei Winkel α, β und γ_2 an einer Geraden liegen, gilt auch</p> $\alpha + \beta + \gamma_2 = 180^\circ$ <p>Demnach müssen die Winkel γ_1 und γ_2 gleich groß sein:</p> $\alpha + \beta + \gamma_1 = \alpha + \beta + \gamma_2 \quad -\alpha - \beta$ $\gamma_1 = \gamma_2$		2	1
e)	<p>Die Frontalansicht des dreistöckigen Kartenhauses ist ein Dreieck.</p> <p>Ermittlung der Gesamthöhe des dreistöckigen Kartenhauses :</p> $h_{ges} = 3 \cdot h = 3 \cdot 8,6 = 25,8 \text{ cm}$ <p>Die Gesamtlänge der Grundlinie des dreistöckigen Kartenhauses beträgt</p> $g = 3 \cdot c = 3 \cdot 5 = 15 \text{ cm}$ <p>Dessen Fläche wird mit der Gleichung $A = \frac{g \cdot h_{ges}}{2}$ berechnet.</p> <p>Einsetzen der Werte ergibt $A = \frac{15 \cdot 25,8}{2} = 193,5 \text{ cm}^2$</p> <p>Die Frontalansicht des dreistöckigen Kartenhauses besitzt den Flächeninhalt $A = 193,5 \text{ cm}^2$.</p>	4		
f)	<p>Da das Dreieck gleichschenkelig ist, gilt $\alpha = \beta$.</p> $\alpha = \beta = \frac{180^\circ - 28^\circ}{2} = 76^\circ$ <p>Mit dem Sinussatz kann nun die Seite a berechnet werden.</p> $\frac{a}{\sin 76^\circ} = \frac{4}{\sin 28^\circ} \quad \cdot \sin 76^\circ$ $a = 8,267\dots$ <p>Eine Visitenkarte hat eine Länge von ungefähr 8,3 cm.</p>			4
Insgesamt 25 BWE		10	10	5

Windpark (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

	Lösungsskizze: Windpark	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>Der Stahlmast hat eine Höhe von etwa 1,5 bis 2,5 Längen eines Rotorblattes.</p> $1,5 \cdot 75 = 112,5$ $2,5 \cdot 75 = 187,5$ <p>Die Höhe des Stahlturms bis zur Achse beträgt also zwischen 112,5 m und 187,5 m.</p> <p><i>Auch andere sinnvoll begründete Abschätzungen sind zulässig.</i></p>	2		
b)	<p>Berechnung des Kreisflächeninhalts mithilfe der Formel</p> $A = \pi \cdot r^2$ $A = \pi \cdot 75^2 = \pi \cdot 5\,625 = 17\,671,458\dots$ <p>Der Flächeninhalt des Kreises hat eine Größe von ungefähr 17 671 m².</p>	3		

Lösungsskizze: Windpark		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	<ul style="list-style-type: none"> • Sicherheitsabstand zwischen B und C <p>Die Länge der Strecke lässt sich über den Sinussatz ermitteln. Für den Abstand a von B zu C gilt dann:</p> $\frac{a}{\sin 51^\circ} = \frac{273}{\sin 62^\circ}$ $a = \frac{273 \cdot \sin 51^\circ}{\sin 62^\circ}$ $a = 240,287\dots$ <p>Der Sicherheitsabstand wurde zwischen B und C eingehalten.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Entfernung zwischen Standort C und neuem Standort D <p>Berechnung der Höhe h_c des Dreiecks ABC:</p> $\sin 51^\circ = \frac{h_c}{b}$ $h_c = 273 \cdot \sin 51^\circ$ $h_c = 212,160\dots$ <p>Die Höhe im Dreieck beträgt ungefähr 212 m.</p> <p>Die Entfernung zwischen den Standorten C und D entspricht der doppelten Länge der Höhe h_c :</p> $2 \cdot 212,160\dots = 424,321\dots$ <p>Die Entfernung zwischen den Standorten C und D beträgt ungefähr 424 m.</p>			
			2	5
f)	<p>Die kreisförmige Fläche um ein Windrad, die von Wildgänsen und Watvögeln gemieden wird, hat den Radius $r = 500\text{m}$.</p> <p>Die Größe dieser Fläche ist</p> $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 500^2 = 785.398,16 \text{ m}^2$ <p>$1 \text{ km}^2 = 1.000.000 \text{ m}^2$</p> <p>Der Flächeninhalt beträgt $0,785 \text{ km}^2$.</p>		3	
Insgesamt 25 BWE		7	13	5

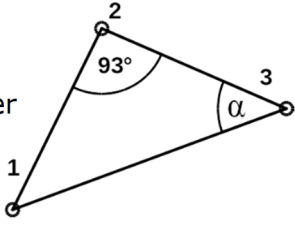
Der schiefe Turm von Pisa (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

	Lösungsskizze: Der schiefe Turm von Pisa	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Bauzeit betrug 199 Jahre.	1		
b)	$40 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 18 \cdot 6 = 77\,760$ Die Wocheneinnahmen betragen maximal 77 760 Euro.	4		
c)	$u = \pi \cdot d \quad : \pi$ $\frac{u}{\pi} = d$ $d = \frac{48,6}{\pi} = 15,46986\dots$ Der Durchmesser dieses Stahlring beträgt rund 15,5 m.		3	
d)	<ul style="list-style-type: none"> $h = \sqrt{55^2 + 3,9^2} = \sqrt{3040,21} = 55,138\dots$ Die Höhe des Turmes ohne Schiefelage beträgt etwa 55,14 m. $55,138\dots - 55 = 0,138\dots \approx 0,14$ 0,14 m = 14 cm Der Turm wäre ungefähr 14 cm höher. 		2	
e)	$\tan \alpha = \frac{3,9}{55} \quad \tan^{-1}$ $\alpha = 4,0560\dots^\circ$ Der Neigungswinkel beträgt heute nur noch etwa 4,1°. Er hat sich durch die Sanierung um etwa 1,4° verringert. Der Mittelpunkt befindet sich in der Mitte der geneigten Längsachse des Turmes, also bei $b = 27,57$ m. Diese halbe Längsachse ist die Hypotenuse eines rechteckigen Dreiecks (vergleichbar mit Abbildung 1). $\tan \alpha = \frac{a}{27,57} \quad \cdot 27,57$ $a = 27,57 \cdot \tan \alpha$ $a = 27,57 \cdot \tan 5,5^\circ = 2,654 \approx 2,65$ m Der Turmmittelpunkt hatte einen seitlichen Abstand von 2,65 m zum Bodenmittelpunkt.		4	
		3		

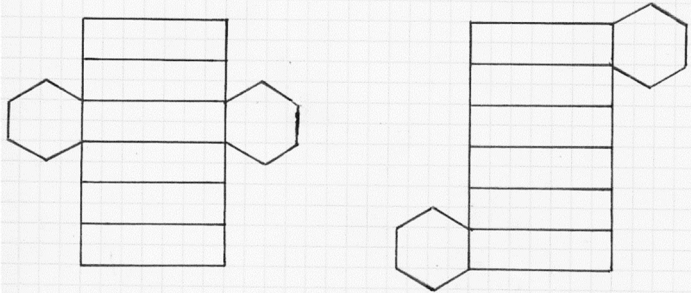
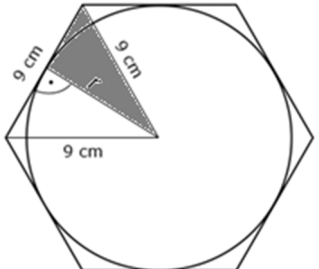
Lösungsskizze: Der schiefe Turm von Pisa		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	<p>Zunächst wird davon ausgegangen dass Leon Recht hat. Es muss die Größe des Winkels α ermittelt werden.</p> $\frac{\sin 95^\circ}{103} = \frac{\sin \beta}{75} \quad \cdot 75$ $0,72538... = \sin \beta \quad \sin^{-1}$ $46,50084...^\circ = \beta$ $\alpha = 180^\circ - 95^\circ - 46,5...^\circ = 38,499...^\circ$ <p>Anschließend kann die Seitenlänge a berechnet werden.</p> $\frac{a}{\sin 38,499...^\circ} = \frac{103}{\sin 95^\circ} \quad \cdot \sin 38,499...^\circ$ $a = 64,3627...$ <p>Da der Befestigungspunkt mit den von Leon behaupteten Angaben in einer Höhe von etwa 64 Metern liegen würde, der Turm aber nur eine Höhe von etwa 55 Metern hat, kann seine Behauptung nicht stimmen.</p>		1	5
Insgesamt 25 BWE		10	10	5

Billard (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

	Lösungsskizze: Billard	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$A = 2,84 \cdot 1,42 = 4,0328$ Die Spielfläche hat eine Größe von etwa 4 m^2 .	2		
b)	$4,0328 \cdot 1,15 = 4,63772$ $4,63772 \cdot 47,59 = 220,70909\dots$ Die Kosten betragen etwa $220,71 \text{ €}$. <i>Alternativ mit dem gerundeten Flächeninhalt:</i> $4 \cdot 1,15 = 4,6$ $4,6 \cdot 47,59 = 218,914$	4		
c)	$2,84 : 8 = 0,355$ $1,42 : 4 = 0,355$ $0,355 \text{ m} = 35,5 \text{ cm}$ Der Abstand zwischen 2 Punkten beträgt $35,5 \text{ cm}$.	1	1	
d)	<ul style="list-style-type: none"> Länge einer Markierungslinie mit dem Satz des Pythagoras: $\sqrt{71^2 + 35,5^2}$ $= \sqrt{6\,301,25}$ $= 79,380\dots$ Die Länge einer Markierungslinie beträgt etwa $79,4 \text{ cm}$. <ul style="list-style-type: none"> Berechnung der Winkelgrößen α und β : $\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$ $\tan \alpha = \frac{35,5}{71}$ $\alpha = 26,565\dots^\circ$ β über Winkelsumme im Dreieck: $\beta = 180^\circ - 90^\circ - 26,565\dots^\circ = 63,43\dots^\circ$ Der Winkel α hat eine Größe von etwa $26,6^\circ$ und der Winkel β ist rund $63,4^\circ$ groß.		6	2

Lösungsskizze: Billard		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	<p>Der Durchmesser der hier genutzten Billardkugel ist $d = 5,4 \text{ cm}$ und ihr Radius beträgt $r = 2,7 \text{ cm}$.</p> <p>Berechnung des Volumens</p> $V_k = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2,7^3 = 82,447... \text{ cm}^3$ <p>Das Volumen einer Billardkugel beträgt etwa 82 cm^3.</p>	1	2	
f)	<p>Über den Sinussatz lässt sich die fehlende Strecke zwischen Kugel 2 und Kugel 3 berechnen.</p> <p>Berechnung der Größe des Winkels α gegenüber der Strecke 72 cm:</p> $\frac{\sin \alpha}{72} = \frac{\sin 93^\circ}{122}$ $\alpha = 36,11...^\circ$  <p>Abbildung nicht maßstabsgerecht</p> <p>Fehlender Winkel β über Winkelsumme im Dreieck:</p> $\beta = 180^\circ - 93^\circ - 36,11...^\circ = 50,88...^\circ$ <p>Berechnung der fehlenden Seite b über Sinussatz:</p> $\frac{b}{\sin 50,88...^\circ} = \frac{122}{\sin 93^\circ} \quad \cdot \sin 50,88...^\circ$ $b = \frac{122}{\sin 93^\circ} \cdot \sin 50,88...^\circ$ $b = 94,792...$ <p>Berechnung der zurückgelegten Strecke:</p> $72 + 94,792... = 166,792...$ <p>Die Länge des eingezeichneten Weges beträgt etwa 167 cm.</p>			3
Insgesamt 25 BWE		8	12	5

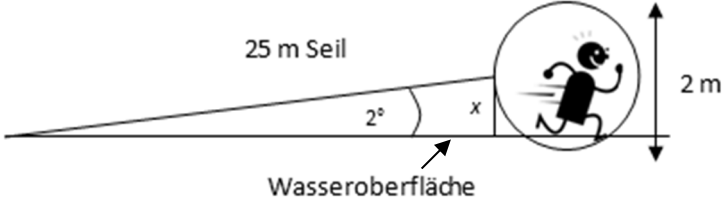
Ballschachtel (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)


Lösungsskizze: Ballschachtel		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>In der Ballschachtel sind drei Bälle übereinander verpackt, zusätzlich müssen zwei Lagen Styropor berücksichtigt werden.</p> <p>Ein Ball hat einen Radius von etwa 8 cm.</p> <p>Der Durchmesser beträgt also in etwa 16 cm.</p> <p>Die Höhe der Schachtel kann daher wie folgt berechnet werden:</p> $h = 3 + 16 + 16 + 16 + 3$ $h = 54$ <p>Die Ballschachtel ist 54 cm hoch.</p>	3		
b)	<p>Mögliche Netze:</p>  <p><i>In Skizzen kommt es nicht auf die zeichnerische Sorgfalt, sondern auf die nachvollziehbare Anordnung der Seiten- und Grundflächen an.</i></p>	3		
c)	<ul style="list-style-type: none"> • Der Radius eines Balles entspricht der Höhe eines der gleichseitigen Dreiecke. In dem grau unterlegten rechtwinkligen Dreieck gilt dann mit dem Satz des Pythagoras: $r = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2}$ $r = \sqrt{60,75}$ $r = 7,7942286\dots$ <p>Der Radius beträgt etwa 7,8 cm.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Berechnung des Volumens eines Balles: $V_B = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 7,8^3 = 1.987,798\dots$ $3 \cdot V_B = 3 \cdot 1.987,798\dots \cdot 3 = 5.963,396\dots$ <p>Das Volumen der drei Bälle beträgt etwa 5 963 cm³.</p> 	1	3	1

<p>d)</p>	<ul style="list-style-type: none"> Zur Berechnung des Flächeninhalts der Grundfläche kann man das Sechseck in sechs kongruente gleichseitige Dreiecke zerlegen. <p>Für jedes dieser Dreiecke gilt $g = 9 \text{ cm}$ und $h = 7,7942286\dots \text{ cm}$.</p> $G = 6 \cdot \frac{9 \cdot 7,7942286\dots}{2}$ $G = 210,444173\dots$ <p>Der Flächeninhalt einer Grundfläche beträgt etwa 210 cm^2.</p> <p><i>Alternative Berechnung mit $h = 7,8 \text{ cm}$ ergibt $210,6 \text{ cm}^2$.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Berechnung des Volumens der Ballschachtel: $V = G \cdot h$ $V = 210 \cdot 54 = 11\,340$ <p>Das Volumen der Ballschachtel beträgt etwa $11\,340 \text{ cm}^3$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Der Mantel besteht aus sechs kongruenten Rechtecken. <p>Gegeben sind die Rechtecksseitenlängen $a = 54 \text{ cm}$ und $b = 9 \text{ cm}$</p> $M = 6 \cdot 54 \cdot 9 = 2\,916$ <p>Der Flächeninhalt des Mantels beträgt $2\,916 \text{ cm}^2$.</p> $O = 2\,916 + 2 \cdot 210,444173\dots$ $O = 3\,336,88834\dots$ <p>Der Materialbedarf für die Ballschachtel beträgt insgesamt etwa $3\,336,9 \text{ cm}^2$.</p> <p><i>Alternative Berechnung mit dem Kontrollwert ergibt $3\,336 \text{ cm}^2$.</i></p>			
<p>e)</p>	<p>Aus $\alpha = 25^\circ$; $\beta = 18^\circ$ lässt sich mit dem Innenwinkelsummensatz die Größe des fehlenden Winkels γ berechnen, um den Sinussatz anwenden zu können:</p> $\gamma = 180^\circ - 25^\circ - 18^\circ$ $\gamma = 137^\circ$ $\frac{z}{\sin \gamma} = \frac{x}{\sin \beta}$ $\frac{15}{\sin 137^\circ} = \frac{x}{\sin 18^\circ}$ $x = 6,7965\dots$ <p>Der Spieler A muss etwa $6,8 \text{ m}$ zurücklegen, um den Ball zu erreichen.</p>			<p>5</p>
<p style="text-align: right;">Insgesamt 25 BWE</p>		<p>9</p>	<p>11</p>	<p>5</p>

Water Walking Ball (Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen)

	Lösungsskizze: Water Walking Ball	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$A = 64 \cdot 32 = 2\,048$ Die Wasseroberfläche des Sicherheitsbereichs beträgt $2\,048 \text{ m}^2$.	2		
b)	<ul style="list-style-type: none"> • $\alpha = 58^\circ$ <i>Eine Abweichung von zwei Grad ist zu tolerieren.</i> • Der Winkel α ist ein spitzer Winkel. • Ein überstumpfer Winkel ist über 180° groß und kann durch die Begrenzung des Steges nicht zustande kommen. 	3	1	
c)	<p>Im ersten Fall beträgt der Gesamtradius $r = 27 \text{ m}$</p> <p>Halbkreisfläche: $A = \frac{r^2 \cdot \pi}{2} = \frac{27^2 \cdot \pi}{2} = 1.145,1105 \approx 1.145,11$</p> <p>Anteil am Sicherheitsbereich: $\frac{A}{G} = \frac{1.145,11}{2\,048} = 0,5591 \approx 56,0 \%$</p> <p>Mit der Seillänge 25 m und einem Gesamtradius $r = 27 \text{ m}$ sind etwa 56% des Sicherheitsbereichs erreichbar.</p> <p>Im zweiten Fall dürfen das Seil und der Balldurchmesser $d = 2 \text{ m}$ den Gesamtradius $r = 32 \text{ m}$ nicht überschreiten. Das Seil ist dann also 30 m lang.</p> <p>Halbkreisfläche: $A = \frac{r^2 \cdot \pi}{2} = \frac{32^2 \cdot \pi}{2} = 1.608,495 \approx 1.608,5$</p> <p>Anteil am Sicherheitsbereich: $\frac{A}{G} = \frac{1.608,5}{2\,048} = 0,7854 \approx 78,5 \%$</p> <p>$100 \% - 78,5 \% = 21,5 \%$</p> <p>Es sind in diesem Fall etwa $21,5 \%$ des Sicherheitsbereichs nicht erreichbar.</p>	2	5	

Lösungsskizze: Water Walking Ball		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	$r = \frac{d}{2} = 1$ $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1 = 4,18879\dots$ <p>Das Volumen eines Kunststoffballs beträgt rund 4,19 m³.</p> $520\text{m}^3 \rightarrow 1\text{h}$ $1\text{m}^3 \rightarrow \frac{1}{520}\text{h} = \frac{1}{520} \cdot 3600\text{s} = \frac{90}{13}\text{s}$ $4,18879\dots\text{m}^3 \rightarrow 28,999\dots\text{s}$ <p>Das Gebläse benötigt rund 29 Sekunden zum Befüllen des Kunststoffballs.</p>	1	3	
e)	 <p>The diagram shows a water walking ball of diameter 2 m. A 25 m rope is attached to the top of the ball. The rope is held at an angle of 2 degrees to the water surface. The vertical distance from the water surface to the attachment point is x. A stick figure is shown inside the ball.</p> $\sin 2^\circ = \frac{x}{25}$ $\sin 2^\circ \cdot 25 = x$ $0,872\dots = x$ <p>Die Anbringung des Seils ist etwa 0,9 m über der Wasseroberfläche.</p>		3	1

Lösungsskizze: Water Walking Ball		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	 <p> $5s \rightarrow 360^\circ$ $1s \rightarrow 72^\circ$ </p> <p> Da $r = 1$: $x = \cos 72^\circ$ $x = 0,30901699\dots$ $y = \sin 72^\circ$ $y = 0,9510565\dots$ </p> <p>Der Punkt P befindet sich nach 1 Sekunde bei etwa $P'(0,31 \mid 0,95)$.</p>			4
Insgesamt 25 BWE		8	12	5

3.2 Aufgaben zur Leitidee funktionaler Zusammenhang (Wahlaufgabe)

Europa Passage

Lösungsskizze: Europa Passage		Zuordnung, Bewertung										
		I	II	III								
a)	<p>Monatliche Einnahmen bei den vermieteten Stellplätzen:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>%</th> <th>Anzahl vermieteter Stellplätze</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100</td> <td>700</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>24</td> <td>168</td> </tr> </tbody> </table> <p> $168 \cdot 65 = 10\ 920$ Monatliche Einnahmen durch feste Vermietung: 10 920 € Anzahl der Parkplätze für „Laufkundschaft“: $700 - 168 = 532$ Für die Laufkundschaft stehen 532 Stellplätze zur Verfügung. $532 \cdot 4,5 \cdot 30 = 71\ 820$ Monatliche Einnahmen durch „Laufkundschaft“: 71 820 € $10\ 920 + 71\ 820 = 82\ 740$ Die Gesamteinnahmen für das Parkhaus betragen im Monat durchschnittlich 82 740 €. </p>	%	Anzahl vermieteter Stellplätze	100	700	1	7	24	168	3	3	
%	Anzahl vermieteter Stellplätze											
100	700											
1	7											
24	168											
b)	<p> $19 \text{ Bögen} + 2 \text{ Bögen} = 21 \text{ Bögen}$ Bei 21 Bögen ergeben sich 20 Zwischenräume. Also gilt: $160 : 20 = 8$ Der Abstand zwischen den Bögen beträgt 8 m. </p>	2	1									
c)	<p> Nur die dritte Funktionsgleichung kommt in Frage, da der Koeffizient von x^2 negativ und das konstante Glied (also +18,5) positiv ist. Ein negativer Koeffizient von x^2 bedeutet, dass die Parabel nach unten geöffnet ist. Das passt zur Abbildung. Ein positiver Wert des konstanten Gliedes bedeutet, dass der Scheitel der Parabel oberhalb der x-Achse liegt. Auch das passt zur Abbildung. </p>		2									

Lösungsskizze: Europa Passage		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<ul style="list-style-type: none"> • Höhe eine Bogens: 18,5 Meter • Zur Bestimmung des Abstands der Punkte A und B sind die Nullstellen der Parabel zu berechnen. $f(x) = 0$ $-1,2x^2 + 18,5 = 0$ $-1,2x^2 = -18,5$ $x^2 = \frac{18,5}{1,2}$ $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{18,5}{1,2}}$ $x_{1,2} = \pm 3,9264\dots$ $2 \cdot 3,9264\dots = 7,8528\dots$ <p>Der Abstand zwischen den Punkten A und B beträgt etwa 7,85 Meter.</p>	1	2	2
e)	<p>Wenn der Graph zur Funktionsgleichung $f(x) = -1,2 \cdot x^2 + 18,5$ an der x-Achse gespiegelt wird, ändern sich die Vorzeichen des Koeffizienten von x^2 und des konstanten Gliedes. Man erhält folgende Funktionsgleichung: $f_1(x) = 1,2 \cdot x^2 - 18,5$</p> <p>Wird der Graph zur Funktionsgleichung $f_1(x) = 1,2 \cdot x^2 - 18,5$ dann in Richtung der positiven x-Achse um 2 Einheiten verschoben, so steht anstelle von x^2 dementsprechend $(x - 2)^2$ in der Gleichung.</p> <p>Die Parabel hat nun die Funktionsgleichung $f_2(x) = 1,2 \cdot (x - 2)^2 - 18,5$.</p>		2	2
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

Feuerwerksraketen und Wasserraketen (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

	Lösungsskizze: Feuerwerksraketen und Wasserraketen	Zuordnung, Bewertung												
		I	II	III										
a)	$10\ 000 : 12,5 = 800$ oder: $12,5 \cdot 800 = 10\ 000$ Sabrina hat Recht.	2												
b)	<ul style="list-style-type: none"> • ≈ 93 m (Toleranz: ± 1) • ≈ 31 m (Toleranz: ± 1) • <table border="1" style="margin-left: 40px;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>$\approx 9,5$</td> <td>≈ 21</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>51</td> <td>80</td> <td>80</td> </tr> </tbody> </table> <p><i>Eine Ungenauigkeit für den y-Wert ist bis zu 5 m tolerabel. Eine Ungenauigkeit für die x-Werte ist bis zu 2 m tolerabel.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Die y-Werte $x > 30,5$ liegen hinter dem Landepunkt der Rakete. Daher liegt $x = 35$ außerhalb der Flugkurve. 	x	0	5	$\approx 9,5$	≈ 21	y	0	51	80	80	4	3	
x	0	5	$\approx 9,5$	≈ 21										
y	0	51	80	80										

Lösungsskizze: Feuerwerksraketen und Wasserraketen		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	<p>• Berechnung der Nullstellen: $0 = -0,4x^2 + 12,2x$ $0 = -0,4x \cdot (x - 30,5)$ $x_1 = 0; x_2 = 30,5$ Die Rakete landet in einer Entfernung von 30,5 m vom Startpunkt.</p> <p>• Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes: Argumentation über die Symmetrieeigenschaft der Parabel: für $x = 30,5 : 2 = 15,25$ gilt: $f(x) = -0,4 \cdot 15,25^2 + 12,2 \cdot 15,25$ $f(x) = 93,025$ $S(15,25 93,025)$</p> Argumentation über die Scheitelpunktform: $f(x) = -0,4x^2 + 12,2x$ $f(x) = -0,4 \cdot (x^2 - 30,5x)$ $f(x) = -0,4 \cdot (x^2 - 30,5x + 15,25^2 - 15,25^2)$ $f(x) = -0,4 \cdot [(x - 15,25)^2 - 232,5625]$ $f(x) = -0,4 \cdot (x - 15,25)^2 + 93,025$ $S(15,25 93,025)$ Die Rakete erreicht bei einer Entfernung von 15,25 m des Abschussortes eine maximale Höhe von ungefähr 93 m.		6	2
d)	$f(x) = -0,4x^2 + 12,2x$ $f(4) = -0,4 \cdot 4^2 + 12,2 \cdot 4$ $= 42,4$ $42,4 > 40$ In 4 Metern Entfernung vom Startpunkt fliegt die Rakete in einer Höhe von 42,4 m. Somit fliegt sie an einem 40 m hohen Gebäude vorbei.		1	2
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

Besuch im Tierpark (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

	Lösungsskizze: Besuch im Tierpark	Zuordnung, Bewertung								
		I	II	III						
a)	<p>Kosten für Eintrittskarten mit Gruppenkarte: $29 \cdot 4,50 = 130,50$ $2 \cdot 6,50 = 13,00$ $130,50 + 13,00 = 143,50$</p> <p>Der Besuch im Tierpark kostet mit Gruppenkarte 143,50 €.</p>	2								
b)	<p>Für Schüler kostet die Einzelkarte 6,00 €, die Gruppenkarte 4,50 €.</p> $\frac{6,00}{4,50} = 1,333... = 133,33... \%$ <p>Die Einzelkarte für Schüler ist um etwa 33 % teurer als die Gruppenkarte. Lucie hat Recht.</p>	2	1							
c)	<p>• Bestimmung des Durchmessers: $u_{\text{Kreis}} = \pi \cdot d \mid : \pi$ $\frac{u_{\text{Kreis}}}{\pi} = d$ $d = \frac{280}{\pi} = 89,126...$</p> <p>Der Durchmesser des kreisförmigen Geheges beträgt ungefähr 89 m.</p> <p>• Berechnung der Größe des Flächeninhalts: $A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2$ $r = \frac{d}{2} = \frac{89,126...}{2} = 44,563...$ $A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2 = 6\,238,873...$</p> <p>Die Anlage für Robben hat eine Flächengröße von ungefähr 6 239 m².</p> <p><i>Falls mit $d = 89$ m gerechnet worden ist, ergibt sich ein Flächeninhalt von ungefähr 6 221 m².</i></p>	2	1							
d)	<p>• $f(x) = -0,18 \cdot 3^2 + 0,9 \cdot 3 + 1,8$ $f(x) = 2,88$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">3,00 m</td> <td style="text-align: center;">4,00 m</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">f(x)</td> <td style="text-align: center;">2,88 m</td> <td style="text-align: center;">2,52 m</td> </tr> </table>	x	3,00 m	4,00 m	f(x)	2,88 m	2,52 m		2	
x	3,00 m	4,00 m								
f(x)	2,88 m	2,52 m								

	Lösungsskizze: Besuch im Tierpark	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	<ul style="list-style-type: none"> • Entfernung der Robbe zum Tierpfleger (Bestimmung der Nullstelle): $0 = -0,18x^2 + 0,9x + 1,8 \quad : (-0,18)$ $0 = x^2 - 5x - 10$ $x_{1,2} = -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2 + 10}$ $x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{16,25}$ $x_1 = 2,5 + 4,031\dots = 6,531\dots$ $[x_2 = 2,5 - 4,031\dots = -1,531\dots]$ <p>Die Robbe ist vom Tierpfleger ungefähr 6,5 m entfernt. <i>Der negative Wert hat keine Relevanz.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Umformung in die Scheitelpunktform: $f(x) = -0,18x^2 + 0,9x + 1,8$ $= -0,18 \cdot (x^2 - 5x - 10)$ $= -0,18 \cdot (x^2 - 5x + 2,5^2 - 2,5^2 - 10)$ $= -0,18 \cdot [(x - 2,5)^2 - 16,25]$ $= -0,18 \cdot (x - 2,5)^2 + 2,925$ $S(2,5 \mid 2,925)$ <p>Die maximale Höhe der Flugbahn beträgt ungefähr 3 m.</p>		5	2
f)	<p>Die Abwurfhöhe ist der Schnittpunkt mit der y-Achse. Bei $g(x)$ wird der Hering in einer Höhe von 1,8 m abgeworfen.</p> <p>Umwandeln von $h(x)$ in die Normalform: $h(x) = -0,6(x - 0,5)^2 + 1,7$ $= -0,6(x^2 - x + 0,25) + 1,7$ $= -0,6x^2 + 0,6x - 0,15 + 1,7$ $= -0,6x^2 + 0,6x + 1,55$</p> <p>$1,8 - 1,55 = 0,25$</p> <p>In $g(x)$ ist die Abwurfhöhe um 25 cm höher als bei $h(x)$.</p>		1	2
	Insgesamt 20 BWE	6	10	4

Autofahrten (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

		Zuordnung, Bewertung																
		I	II	III														
Lösungsskizze: Autofahrten																		
a)	<p>Kosten für die Miete des Leihwagens und den (voraussichtlichen) Benzinkosten: $7 \cdot 23,20 + 9,52 \cdot 6 \cdot 1,339 = 238,88368$</p> <p>Die Kosten für den Leihwagen betragen voraussichtlich ungefähr 238,88 €.</p> <p><i>Alternative Rechnung mit dem vorgegebenen Wert von 950 km ergibt Kosten in Höhe von 238,72 €.</i></p>	3	1															
b)	<p>• fehlende Werte in Tabelle 2</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">Geschwindigkeit in km/h</td> <td style="text-align: center;">60</td> <td style="text-align: center;">≈ 80</td> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">120</td> <td style="text-align: center;">130</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center;">ungefährer Benzin- verbrauch in Litern pro 100 km</td> <td style="text-align: center;">3,0</td> <td style="text-align: center;">3,5</td> <td style="text-align: center;">4,3</td> <td style="text-align: center;">$\approx 5,4$</td> <td style="text-align: center;">6,9</td> </tr> </table> <p><i>Hinweis: Wenn anstelle von 5,4 der Wert 5,5 eingetragen ist, ist die Lösung ebenfalls als richtig zu bewerten.</i></p>	x	Geschwindigkeit in km/h	60	≈ 80	100	120	130	$f(x)$	ungefährer Benzin- verbrauch in Litern pro 100 km	3,0	3,5	4,3	$\approx 5,4$	6,9	2		
x	Geschwindigkeit in km/h	60	≈ 80	100	120	130												
$f(x)$	ungefährer Benzin- verbrauch in Litern pro 100 km	3,0	3,5	4,3	$\approx 5,4$	6,9												

	Lösungsskizze: Autofahrten	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
b)	<p>• rechnerische Lösung:</p> $f(x) = 0,0004x^2 - 0,32x + 3,5144$ $6 = 0,0004x^2 - 0,032x + 3,5144 \quad -6$ $0 = 0,0004x^2 - 0,032x - 2,4856 \quad : 0,0004$ $0 = x^2 - 80x - 6\,214$ <p>Anwenden der p-q-Formel:</p> $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ $x_{1,2} = -\frac{-80}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-80}{2}\right)^2 + 6\,214}$ $x_{1,2} = 40 \pm 88,396\dots$ $x_1 = 128,396\dots$ $x_2 = -48,396\dots$ <p>Anwenden der quadratischen Ergänzung:</p> $0 = x^2 - 80x + 1\,600 - 1\,600 - 6\,214$ $0 = (x - 40)^2 - 7\,814$ $7\,814 = (x - 40)^2$ $\pm 88,396\dots = x - 40$ $x_1 = 128,396\dots$ $x_2 = -48,396\dots$ <p><i>Der negative Wert hat für diese Fragestellung keine Relevanz und bleibt daher unberücksichtigt.</i></p> <p>Bei einer Geschwindigkeit von ungefähr 128 km/h verbraucht das Auto 6 Liter pro 100 km.</p>		4	1
c)	<p>Als Nullstelle bezeichnet man den Schnittpunkt einer Funktion mit der x-Achse. Die Anzahl der Nullstellen lässt sich anhand der Diskriminante bzw. dem Term unter der Wurzel bestimmen. Zur rechnerischen Bestimmung wird die Funktion „gleich Null“ gesetzt, anschließend wird die Gleichung nach x aufgelöst.</p> $0 = 0,0004x^2 - 0,032x + 3,5144 \quad : 0,0004$ $0 = x^2 - 80x + 8\,786$ <p>Anwenden der p-q-Formel:</p> $x_{1,2} = -\frac{-80}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-80}{2}\right)^2 - 8\,786}$ $x_{1,2} = 40 \pm \sqrt{1\,600 - 8\,786}$ $x_{1,2} = 40 \pm \sqrt{-7\,186}$ <p>Der Radikand ist negativ. Daher hat die Funktion keine Nullstellen.</p>		2	2

Lösungsskizze: Autofahrten		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<p>Lösung mit Hilfe des Gleichungssystems:</p> <p>I. $2x + 160y = 134,80$ II. $5x + 615y = 414,00$ Gleichungen umformen: I. $2x + 160y = 134,80 \quad : 2$ II. $5x + 615y = 414,00 \quad : 5$ \Rightarrow I. $x + 80y = 67,40 \quad -80y$ II. $x + 123y = 82,80 \quad -123y$ \Rightarrow I. $x = 67,40 - 80y$ II. $x = 82,80 - 123y$ Gleichungen I und II gleichsetzen: $67,40 - 80y = 82,80 - 123y \quad +123y$ $67,40 + 43y = 82,20 \quad -67,40$ $43y = 15,40 \quad : 43$ $y = 0,358\dots$ x ausrechnen: $x = 67,4 - 80 \cdot 0,358\dots = 38,748\dots$ Die Grundgebühr für den Leihwagen beträgt etwa 38,75 € pro Tag, für jeden gefahrenen Kilometer werden etwa 0,36 € berechnet.</p>	1	3	1
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

Parabelflug (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

	Lösungsskizze: Parabelflug	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$30 \cdot 22 = 660$ $660 : 60 = 11$ Bei 30 Parabelflügen werden durchschnittlich 660 Sekunden Schwerelosigkeit erreicht. Das entspricht genau 11 Minuten.	3		
b)	<ul style="list-style-type: none"> • $f_3(x) = 62,5x$ • $a = \frac{6250}{100} = 62,5$ Da das Flugzeug nach 100 Sekunden eine Flughöhe von 6 250 Metern erreicht, steigt es pro Sekunde 62,5 m.	1	2	
c)	Die Länge des Parabelfluges ist durch den Abstand der Nullstellen definiert. $-8,26x^2 + 181,72x = 0$ $-8,26x \cdot (x - 22) = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 - 22 = 0 \quad +22$ $x_2 = 22$ $x^2 + 181,72x = 0 \quad :(-8,26)$ $x^2 - 22x = 0$ Lösung mit p - q -Formel $p = -22, q = 0$: $x_{1,2} = -\left(\frac{-22}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-22}{2}\right)^2}$ $x_{1,2} = 11 \pm 11$ $x_1 = 0; x_2 = 22$ Lösung durch quadratische Ergänzung: $(x - 11)^2 = 121 \quad \sqrt{\quad}$ $x - 11 = \pm 11 \quad +11$ $x_1 = 0; x_2 = 22$ Der Parabelflug dauert genau 22 Sekunden.	1	4	

Lösungsskizze: Parabelflug		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<p>Die maximale Parabelhöhe wird im Scheitelpunkt erreicht. Dieser liegt bei $x = 11$.</p> $f(x) = -8,26 \cdot 11^2 + 181,72 \cdot 11$ $f(x) = 999,46$ $7500 + 999,46 = 8499,46$ <p>Da der Parabelflug auf einer Höhe von 7 500 m startet, beträgt die maximale Flughöhe etwa 8 500 m.</p>	1	3	
e)	<p>Die Nullstellen und der Scheitelpunkt der Parabel sind gegeben: $N_1(0 0)$, $N_2(22 0)$ und $S(11 1210)$</p> <p>Vorläufige Scheitelpunktform der Parabel:</p> $f(x) = a \cdot (x - 11)^2 + 1210$ <p>a wird durch Einsetzen von einer der Nullstellen bestimmt.</p> $0 = a \cdot (22 - 11)^2 + 1210$ $0 = 121a + 1210 \quad -1210$ $-1210 = 121a \quad :121$ $-10 = a$ $f(x) = -10 \cdot (x - 11)^2 + 1210$		1	4
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

Wasserfontäne (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

	Lösungsskizze: Wasserfontäne	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$1\,140 \cdot 4,5 = 5\,130$ $2\,964 \cdot 4,5 = 13\,338$ Vor Eröffnung der Wasserfontäne betragen die durchschnittlichen Tageseinnahmen 5 130 Euro pro Tag, nach Eröffnung 13 338 Euro.	2		
b)	$p = \frac{2\,964}{1\,140} - 1 = 1,6 = 160\%$ Die Besucherzahl ist um 160 % gestiegen.	1	1	
c)	$16\,000 : 2\,964 = 5,398\dots \approx 5,40$ $5,40 - 4,50 = 0,90$ Man muss den Eintrittspreis um ungefähr 0,90 Euro erhöhen, um 16 000 Euro Einnahmen zu generieren. (<i>Das setzt natürlich voraus, dass sich die Besucherzahlen trotz der Preiserhöhung nicht verändern. „Praktisch“ wäre eine Erhöhung um 1 Euro.</i>)	3		
d)	$f(x) = 0$ $-x^2 + 4x = 0 \quad \cdot (-1)$ $x^2 - 4x = 0$ $x \cdot (x - 4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 4$ An der Stelle $x = 0$ tritt die Wasserfontäne aus der Öffnung aus. Nach 4 Metern trifft sie wieder auf den Boden auf.		4	
e)	Überführung von der Normalform in die Scheitelpunktform: $f(x) = -x^2 + 4x$ $= -[x^2 - 4x + 4 - 4]$ $= -[(x - 2)^2 - 4]$ $= -(x - 2)^2 + 4$ Die Wasserfontäne erreicht eine maximale Höhe von 4 Metern. <i>Hinweis: Eine Argumentation mit der Symmetrie ist möglich. Der höchste Punkt muss an der Stelle $x = 2$ liegen $f(2) = 4$.</i>		4	

Lösungsskizze: Wasserfontäne		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	<p>Die Parabel soll um 0,84 Einheiten in positiver y-Richtung verschoben werden, womit sich alle Funktionswerte um 0,84 vergrößern. Man erhält die Funktionsgleichung:</p> $f(x) = -x^2 + 4x + 0,84$ <p>a darf höchstens 4,5 sein und die Wasserfontäne darf an der Stelle 4,5 höchstens den Wert 0 annehmen, da die Wasserfontäne sonst über den erlaubten Bereich hinauszielen würde. Zu untersuchen ist, wie groß der Wert $f(4,5)$ ist.</p> $f(4,5) = -4,5^2 + 4 \cdot 4,5 + 0,84 = -1,41$ <p>Da der Wert negativ ist, prallt die Wasserfontäne innerhalb des erlaubten Bereichs auf den Boden auf. Die Besucher werden nicht nass. Die Öffnung darf also 84 cm über dem Erdboden angebracht werden.</p> <p><i>Alternativ könnte man mit der Lage der Nullstellen argumentieren.</i></p>		1	4
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

Flöhe (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

	Lösungsskizze: Flöhe	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$5\% \triangleq 20$ $100\% \triangleq 400$ $400 - 20 = 380$ Es sind 380 Eier, Larven und Puppen im Fell eines Hundes bei 20 erwachsenen Flöhen.	3		
b)	<ul style="list-style-type: none"> • Auswahl: (3) $y = 40x + 278$ ist die richtige Funktionsgleichung. • Begründung: - Die Steigung beträgt 40, da 40 Eier pro Tag gelegt werden. - Der y-Achsenabschnitt liegt bei +278, da die Anzahl der Eier schon vorhanden ist. • Berechnung: $y = 40x + 278$ $2\ 318 = 40x + 278 \quad - 278$ $2\ 040 = 40x \quad : 40$ $51 = x$ Nach 51 weiteren Tagen ist die Anzahl der Eier erreicht. <i>Falls eine andere Funktionsgleichung gewählt wurde, ist auf Folgefehler zu achten. Für (1) ergibt sich 64,9 und für (2) 7,141... als Lösung.</i>	3	4	
c)	Dieser Floh springt 30 cm hoch. Weite des Sprunges über Nullstellenberechnung: $f_1(x) = -0,05x^2 + 30$ $0 = -0,05x^2 + 30 \quad +0,05x^2$ $0,05x^2 = 30 \quad :0,05$ $x^2 = 600 \quad \sqrt{}$ $x_{1,2} = \pm 24,494897...$ $24,494897... \cdot 2 = 48,98979...$ Dieser Floh springt etwa 49 cm weit. <i>Der negative Wert entfällt.</i>		5	1

	Lösungsskizze: Flöhe	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<p>• Ausgangsgleichung: $f(x) = -0,05x^2 + 30$</p> <p><i>Variante 1:</i> Der Parameter a wird beibehalten, c wird geändert: $c > 30$ Begründung: Der Scheitelpunkt wird hochgesetzt, dadurch wird der Abstand der Nullstellen zueinander größer.</p> <p><i>Variante 2:</i> Der Parameter $c = 30$ wird beibehalten, a wird geändert: $-0,05 < a < 0$ Begründung: Die Parabel wird stärker gestaucht, so dass die Nullstellen weiter auseinander liegen.</p> <p><i>Variante 3:</i> Die Parameter a und c werden beide geändert: $\left \frac{c}{a} \right > 600$</p> <p>• Begründung: Die Parabel muss für einen weiteren Sprung stärker gestaucht sein und/oder einen höheren Scheitelpunkt haben. <i>Sollte Variante 3 gewählt worden sein, müssen $a < 0$ und $c > 0$ sein, um einen Sprung dazustellen.</i></p>			
	Insgesamt 20 BWE	6	10	4

Schützenfisch (Leitidee funktionaler Zusammenhang)

	Lösungsskizze: Schützenfisch	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$100\% \triangleq 230\,000$ $1\% \triangleq 2\,300$ $12\% \triangleq 27\,600$ Es gibt im Meer 27 600 Fischarten.	2	1	
b)	$15\text{ min} = 0,25\text{ h}$ $7\,000\text{ m} = 7\text{ km}$ $v = \frac{s}{t}$ $v = \frac{7}{0,25} = 28$ Ein solcher Raubfisch schwimmt mit einer Geschwindigkeit von $28 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.	2	2	
c)	<ul style="list-style-type: none"> • $f_1(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ ist die richtige Funktionsgleichung. • Bei $f_2(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ ist der Scheitelpunkt falsch angegeben, er hätte die Koordinaten bei $(-2 2)$. Bei $f_3(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ ist (a) der Scheitelpunkt falsch angegeben, er hätte die Koordinaten bei $(2 -2)$ oder (b) der Graph zu dieser Funktionsgleichung ist nach oben geöffnet.	1	2	
d)	<ul style="list-style-type: none"> • Der Scheitelpunkt liegt bei $(2 2)$, es wird eine maximale Höhe von 2 Metern erreicht. • Bestimmung der Entfernung über Nullstellenberechnung: $0 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2 \quad -2$ $-2 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 \quad \left : \left(-\frac{1}{2}\right) \right.$ $4 = (x-2)^2 \quad \left \sqrt{\quad} \right.$ $\pm 2 = x - 2 \quad \left +2 \right.$ $0 = x_1$ $4 = x_2$ Der Wasserstrahl trifft nach 4 Metern wieder auf die Wasseroberfläche.	1	5	

	Lösungsskizze: Schützenfisch	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	$g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1,05x$ $1 = -\frac{1}{4}x^2 + 1,05x \quad -1$ $0 = -\frac{1}{4}x^2 + 1,05x - 1 \quad : \left(-\frac{1}{4}\right)$ $0 = x^2 - 4,2x + 4$ <p>Anwenden der p-q-Formel:</p> $x_{1,2} = 2,1 \pm \sqrt{2,1^2 - 4}$ $x_{1,2} = 2,1 \pm \sqrt{0,41}$ $x_1 = 2,740\dots$ $x_2 = 1,459\dots$ <p>Das Insekt kann entweder ungefähr 2,7 Meter oder ungefähr 1,5 Meter entfernt vom Fisch auf die Wasseroberfläche fallen.</p>			4
	Insgesamt 20 BWE	6	10	4

3.3 Aufgaben zur Leitidee Daten und Zufall (Wahlaufgabe)

Schweinerei

Lösungsskizze: Schweinerei							Zuordnung, Bewertung		
							I	II	III
a)	Lage	„Sau“	„Suhle“	„Haxe“	„Schnauze“	Summe	5		
	absolute Häufigkeit	1302	498	129	71	2000			
	relative Häufigkeit	0,651	0,249	0,0645	0,0355	1			
b)	<ul style="list-style-type: none"> Die Ergebnisse in den Tabellen zeigen, dass die relativen Häufigkeiten den vom Hersteller genannten Wahrscheinlichkeiten sehr gut entsprechen. Eventuelle Abweichungen sind vermutlich darin begründet, dass die Anzahl der Versuche nicht groß genug ist. <p><i>Es ist nicht korrekt, die Abweichungen als fehlerhafte Herstellerangaben zu deuten. Auf Folgefehler ist zu achten.</i></p>							3	
c)	<ul style="list-style-type: none"> $P(\text{Sau, Sau}) = 0,65 \cdot 0,65 = 0,4225$ Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt etwa 42 %. $P(\text{Haxe, nicht Haxe}) = 0,06 \cdot (1 - 0,06) = 0,06 \cdot 0,94 = 0,0564$ <p>Die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis beträgt etwa 3 %.</p>						1	4	
d)	$P(\text{Schwein liegt nicht auf "Schnauze"}) = 1 - 0,03 = 0,97$ $P(\text{mindestens ein Schwein liegt auf "Schnauze"}) = 1 - P(\text{drei Schweine liegen nicht auf "Schnauze"}) = 1 - 0,97^3 = 0,087327$ Die Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 8,7 %.							3	
e)	Mit diesen Daten kann man den Erwartungswert (E) der Auszahlung des Glücksspiels ausrechnen: $E = 0,275 \cdot 2 + 0,087 \cdot 3 + 0,018 \cdot 5 = 0,901$ Da die Klasse pro Spiel 1 € einnehmen, aber im langfristigen Mittel nur 90 Cent pro Spiel auszahlen müssen, können sie langfristig mit Einnahmen rechnen.								4
Insgesamt 20 BWE							6	10	4

Stadtbus (Leitidee Daten und Zufall)

	Lösungsskizze: Stadtbus	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$150 : 3 = 50$ Die durchschnittliche Anzahl an Verspätungen beträgt 50.	2		
b)	<ul style="list-style-type: none"> Das Kreisdiagramm III stellt das Untersuchungsergebnis richtig dar. Das Kreisdiagramm I ist falsch, da der Anteil für die Buslinie 6 nicht 50 % beträgt. $\frac{75}{150} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50 \% \neq 45 \%$ Das Kreisdiagramm II ist falsch, da der Anteil der Buslinie 39 nicht 38 % beträgt. $\frac{57}{150} = 0,38 = 38 \% \neq 32 \%$	1	4	
c)	<ul style="list-style-type: none"> Vollständiges Baumdiagramm: <ul style="list-style-type: none"> Bestimmen der Wahrscheinlichkeit: $P(\text{verspätet, in App gemeldet}) = 0,13 \cdot 0,65$ $= 0,0845$ $= 8,45 \%$ Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bus der Linie 252 verspätet ist und der Fahrer die Verspätung in der App meldet, beträgt ungefähr 8,5 %.	3	5	
d)	Fiona: $P(\text{drei Busse sind hintereinander pünktlich}) = 0,87^3$ $= 0,6585... > 0,5$		1	4

	Lösungsskizze: Stadtbus	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	<p>Kubilay: Das Gegenereignis zu „mindestens einer von fünf Bussen ist verspätet“ ist „keiner von fünf Bussen ist verspätet“:</p> $P(\text{mindestens einer von fünf Bussen ist verspätet}) = 1 - (0,87)^5$ $= 0,5015... \neq 0,9$ <p>Fionas Aussage ist wahr und Kubilays Aussage ist falsch.</p>			
	Insgesamt 20 BWE	6	10	4

(Gezinkte) Münze (Leitidee Daten und Zufall)

		Lösungsskizze: (Gezinkte) Münze				Zuordnung, Bewertung		
						I	II	III
a)	Ergebnis	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit (als Bruch)	relative Häufigkeit (in Prozent)	3	2		
	Kopf (K)	12	$\frac{12}{25}$	48 %				
	Zahl (Z)	13	$\frac{13}{25}$	52 %				
	Summe	25	$\frac{25}{25}$	100 %				
b)	<ul style="list-style-type: none"> • (K, Z, Z); (Z, K, Z), (Z, Z, K); (Z, Z, Z) • Es gilt: $P(\text{Kopf}) = 55\% = 0,55$ <p>Weil „Zahl“ das Gegenereignis zu „Kopf“ ist, muss gelten:</p> $P(\text{Zahl}) = 1 - P(\text{Kopf}) = 1 - 0,55 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$				1	3		
c)					2	4		

	Lösungsskizze: (Gezinkte) Münze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<ul style="list-style-type: none"> • $P(\text{Peter gewinnt}) = 3 \cdot 0,55^2 \cdot 0,45 + 0,55^3$ $= 0,57475$ <p>Peter gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 57,5 %.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $P(\text{Peter gewinnt zweimal hintereinander}) = 0,57475^2$ $= 0,3303375625$ <p>Peter gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 33 % zweimal hintereinander.</p>		1	4
	Insgesamt 20 BWE	6	10	4

Klassendienste (Leitidee Daten und Zufall)

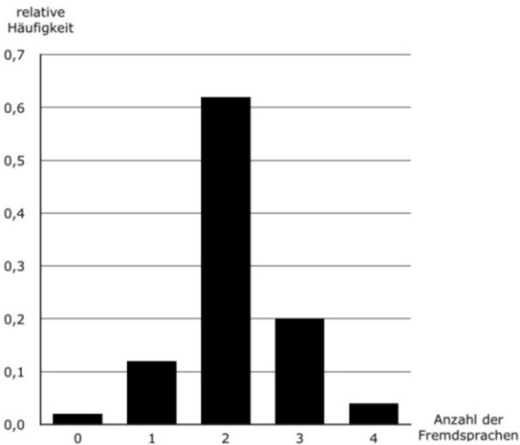
	Lösungsskizze: Klassendienste	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	<ul style="list-style-type: none"> • Der niedrigste Wert liegt bei 8 Klassendiensten, der höchste bei 17 Klassendiensten. <p>Die Spannweite ist demnach $17 - 8 = 9$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Die horizontale Linie stellt den Mittelwert der erledigten Klassendienste der Kinder dar. Mit ihrer Hilfe kann man auf einem Blick erkennen, wer mehr oder weniger Dienste, als im Durchschnitt, erledigt hat. • Berechnung der durchschnittlichen Wahrscheinlichkeit: $\frac{13+12+11+9+15+8+10+13+14+10+11+16+13+14+10+14+12+14+15+13+12+9+17+13+16}{25}$ $= \frac{314}{25}$ $= 12,56$ <p>Die Linie schneidet die y-Achse bei 12,56.</p>	4	2	
b)	<p>Da immer wieder neu ermittelt wird, liegt die Wahrscheinlichkeit in der nächsten Woche einen Klassendienst auszuüben wieder bei 32 %. Insofern ist Karls Aussage falsch.</p>		3	
c)	$P(\text{Klassendienst}) = \left(\frac{8}{25}\right)^3 = 0,032768$ <p>Die Wahrscheinlichkeit, dreimal hintereinander einen Klassendienst ausüben zu müssen, beträgt etwa 3,3 %.</p>		3	

Lösungsskizze: Klassendienste		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<p>1. Durchgang</p> <p>2. Durchgang</p> <p>3. Durchgang</p> $P(\text{kein Klassendienst}) = \frac{17}{25} \cdot \frac{9}{17} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%$ <p>Die Wahrscheinlichkeit, keinen Klassendienst zugewiesen zu bekommen, beträgt 4 %.</p>	2	2	2
e)	<p>Während im vorherigen Verfahren nach einem Schuljahr noch eine relativ breite Streuung in der Anzahl zu sehen ist, müsste es nach der Regel der großen Zahl im Laufe von 6 Schuljahren und somit rund 200 Schulwochen zwar wohl keine Gleichheit, aber schon eine Angleichung in der Anzahl der auszuübenden Klassendienste stattfinden. Da beide Verfahren auf dem Zufall beruhen, sind beide Verfahren in gleich fair.</p>			2
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

Eiskunstlauf (Leitidee Daten und Zufall)

	Lösungsskizze: Eiskunstlauf	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$3600 \cdot 6 + 2400 \cdot 8 + 1200 \cdot 10 = 52\,800$ Die Gesamteinnahmen durch den Verkauf der Eintrittskarten betragen 52 800 Euro.	2	1	
b)	<ul style="list-style-type: none"> - Das Kreisdiagramm besteht aus mehr als drei Kreissektoren bzw. weist einen Spalt auf. - Die Beschriftung ist nicht vollständig. - Der Halbkreis ist mit „Loge“ statt mit „Parkett“ beschriftet. - Der mit „VIP“ beschriftete Anteil ist kleiner als ein Sechstel. - Der Anteil für die Kategorie „Loge“ ist größer als ein Drittel. 	3	2	
c)	<ul style="list-style-type: none"> • Vollständiges Baumdiagramm (mit Beschriftung): <p style="margin-left: 40px;"> S : der Sprung gelingt fehlerfrei \bar{S} : der Sprung gelingt nicht fehlerfrei </p> <ul style="list-style-type: none"> • Bestimmung der Wahrscheinlichkeit, dass beide Sprünge gelingen: <p style="margin-left: 40px;"> $P(\text{beide Sprünge gelingen}) = 0,95 \cdot 0,8 = 0,76 = 76\%$ Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Sprünge gelingen, beträgt 76 %. </p>	1	6	2
d)	Anzahl der Reihenfolgen: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ Nala hat Recht. Es gibt 120 verschiedene Reihenfolgen.		1	2
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

Fremdsprachen (Leitidee Daten und Zufall)

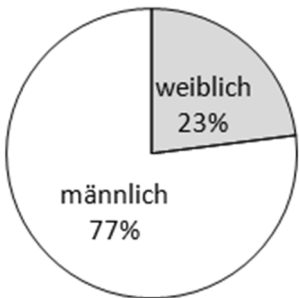
Lösungsskizze: Fremdsprachen		Zuordnung, Bewertung			
		I	II	III	
a)	$\frac{9 \cdot 0 + 54 \cdot 1 + 279 \cdot 2 + 90 \cdot 3 + 18 \cdot 4}{450} = \frac{954}{450} = 2,12$ <p>Die durchschnittliche Anzahl erlernter Fremdsprachen beträgt 2,12 bzw. ungefähr 2.</p>	1	2		
b)	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{90}{450} = 0,2 = 20 \%$ • Vollständiges Säulendiagramm: $\frac{18}{450} = 0,04 = 4 \%$ <p><i>Da der Balken für 3 Fremdsprachen 0,2 hoch ist, weiß man, dass auf der Achse mit den relativen Häufigkeiten eine Einheit 0,1 lang ist. Zu berechnen ist dann noch die Höhe des Balkens für 4 Fremdsprachen.</i></p> <p><i>Eine Angabe in Prozent ist an der y-Achse ebenfalls möglich.</i></p>		5	1	
c)	<p>Inga hat bei der 1. Stufe die Ereignisse R und F vertauscht. Bei der 2. Stufe muss an den Pfaden, die zu R führen, jeweils die Wahrscheinlichkeit 0,6 stehen, bei den Pfaden, die zu F führen, jeweils die Wahrscheinlichkeit 0,4.</p>		3		
d)	$P(\text{genau ein Satz richtig}) = 0,6 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,48 = 48 \%$ <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass genau einer der Sätze richtig übersetzt wird, beträgt 48 %.</p>		3	1	
e)	<p>Vor dem Update sind 4 von 10 Sätzen falsch übersetzt worden. Das entspricht 40 %. Nach dem Update gibt es nur halb so viele Fehlersätze, d.h. 2 von 10 Sätzen werden fehlerhaft übersetzt. Das entspricht 20 %. Also werden nach dem Update 80 % aller Sätze korrekt übersetzt, aber nicht 90 %. Die Aussage des Herstellers ist somit falsch.</p>		1	3	
Insgesamt 20 BWE		6	10	4	

Blutgruppen (Leitidee Daten und Zufall)

Lösungsskizze: Blutgruppen		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>$100\% - 43\% - 11\% - 5\% = 41\%$ 41 % der Deutschen haben die Blutgruppe 0.</p>	1		
b)	<p>• Auswahl: Etwa 9 Mio. Einwohner haben ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ die Blutgruppe A. ✗ die Blutgruppe B. ○ die Blutgruppe AB. ○ die Blutgruppe 0. <p>Eine Rechnung hierzu ist: $\frac{9\,000\,000}{81\,890\,000} = 0,1099... \approx 11\%$ Eine Darstellung der Rechnung ist nicht gefordert, kann aber schon zu einem Teilpunkt führen.</p>	2		
c)	<p>• Kreisdiagramm C gibt die Verteilung der Blutgruppen richtig wieder.</p> <p>• Mögliche Begründungen, warum A und B nicht stimmen: In Diagramm A gibt es zwei Sektoren mit jeweils 25 %, welche in der Verteilung jedoch nicht vorkommen. Diagramm B kann nicht stimmen, weil keine der Blutgruppen zu mehr als 50 % vorkommt. Hinweis: Ein Folgefehler aus a) ist zu berücksichtigen.</p>	1	2	

	Lösungsskizze: Blutgruppen	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<ul style="list-style-type: none"> • Mögliche Spenderjahre von Sebastian: $47 - 18 = 29$ • Anzahl der möglichen Blutspenden pro Jahr: $365 : 58 = 6,293\dots$ <p>Maximal gespendete Blutmenge pro Jahr: $365 : 58 \cdot 0,5 = 3,14655\dots$</p> <p>Maximale Menge des gespendeten Bluts: $29 \cdot 3,14655\dots = 91,25$</p> <p>Sebastians Aussage ist falsch. Er kann bisher nicht mehr als rund 91 Liter Blut gespendet haben.</p> <p><i>Gerundete Werte sollen als korrekt bewertet werden.</i></p> <p><i>Wenn mit 30 Spenderjahren gerechnet wird, weil Sebastians erste Spende an seinem 18. Geburtstag und seine letzte einen Tag vor seinem 48. Geburtstag stattgefunden haben könnte, so ist das auch als richtig zu bewerten. Auch diese maximal mögliche Menge an Blut würde mit ungefähr 94,4 Litern noch unter 100 Liter liegen.</i></p>	1	3	
e)	<ul style="list-style-type: none"> • $P(B,B) = 0,11 \cdot 0,11 = 0,0121 \approx 1\%$ <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen die Blutgruppe B besitzen, liegt bei ungefähr 1%.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $P(A,A) = 0,43 \cdot 0,43 = 0,1849 = 18,49\%$ $P(B,B) = 0,11 \cdot 0,11 = 0,0121 = 1,21\%$ $P(AB,AB) = 0,05 \cdot 0,05 = 0,0025 = 0,25\%$ $P(0,0) = 0,41 \cdot 0,41 = 0,1681 = 16,81\%$ <p>$P(A,A) + P(B,B) + P(AB,AB) + P(0,0) = 0,3676 = 36,76\%$</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen die gleiche Blutgruppe haben, liegt bei 36,76 %.</p>	1	4	2
f)	<p>Das Gegenereignis zu „mindestens einer“ ist „keiner“.</p> <p>$P(\text{keiner AB}) = 0,95^{21}$ $= 0,34056\dots$</p> <p>$P(\text{mindestens einer AB}) = 1 - P(\text{keiner AB})$ $= 1 - 0,34056\dots$ $= 0,6594\dots$</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Schüler oder eine Schülerin in dieser Klasse die Blutgruppe AB besitzt, liegt in etwa bei 65,9 %.</p>		1	2
	Insgesamt 20 BWE	6	10	4

Hamburg-Marathon (Leitidee Daten und Zufall)

Lösungsskizze: Hamburg-Marathon		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>2 Stunden 7 Minuten 17 Sekunden = 7 637 Sekunden 7 637 s → 42 195 m 1 s → 5,525075... m 3 600 s → 19 890,27... m = 19,890... km</p> <p>Der schnellste Läufer hatte eine Durchschnittsgeschwindigkeit von ungefähr 19,9 km/h.</p>	2		
b)	<p>4,25 min → 1 km 179,3... min → 42,195 km 179,3... min < 180 min bzw. 3 h</p> <p>Georg schafft die Strecke in knapp unter 3 Stunden.</p>		2	
c)	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{3359}{14753} = 0,22768... = 22,768... \%$ • 22,768... % von 360° sind 81,9657...° <p>Die Winkelgröße für den weiblichen Anteil sollte zwischen 81° und 83° liegen.</p> <p>Berechnung mit dem Kontrollwert: 23 % von 360° sind 82,8°</p> <p>Diese Winkelgröße des Kontrollwerts für den weiblichen Anteil sollte zwischen 82° und 84° liegen.</p> <p>Die prozentualen Angaben sind als Beschriftung nicht zwingend erforderlich.</p>			
d)	<p>Georg betrachtet die absolute Häufigkeit: $\frac{3359}{633} = 5,306... \approx 5$</p> <p>Vera geht von der relativen Häufigkeit aus: 1986: $\frac{633}{6957} = 0,090987... \approx 9,1\%$ 2015: $\frac{3359}{14753} = 0,22768... \approx 22,8\%$ $\frac{0,22768...}{0,090987...} = 2,502... \approx 2,5$</p> <p>Wenn die Begriffe absolute und relative Häufigkeit nicht genannt werden, aber durch Rechnung oder Beschreibung derselbe Sachverhalt dargestellt wird, wird die volle Punktzahl gegeben.</p>			4

Lösungsskizze: Hamburg-Marathon		Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	<p>Startnummern, die mit der Ziffer 4 beginnen, und zwischen 1 und 20 000 liegen: 4, 40-49, 400-499, 4 000-4 999 Das sind insgesamt $1 + 10 + 100 + 1\ 000 = 1\ 111$ Startnummern. $\frac{1\ 111}{20\ 000} = 0,05555$ Die Wahrscheinlichkeit, dass Georgs Startnummer mit der Ziffer 4 beginnt, liegt bei etwa 5,6 %.</p>		2	2
f)	<p>Das Gegenereignis zu „mindestens eine 4“ ist „keine 4“. Da die Startnummern nur bis 20 000 vergeben werden, kann an der ersten Stelle nicht die Ziffer 4 vorkommen. $P(\text{keine 4}) = 1 \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = 0,6561 = 65,61\ %$ $P(\text{min eine 4}) = 1 - 0,6561 = 0,3439 = 34,39\ %$ Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine „4“ in seiner Startnummer vorkommt, liegt bei etwa 34 %.</p>		1	2
Insgesamt 20 BWE		6	10	4

