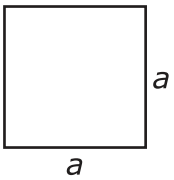
Mittlerer Schulabschluss Mathematik

Mathematische Formeln

Quadrat

Flächeninhalt:
$A = a \cdot a = a^2$

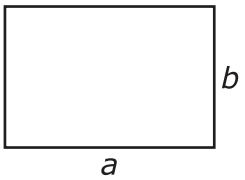
Umfang:
$u = 4 \cdot a$



Rechteck

Flächeninhalt:
$A = a \cdot b$

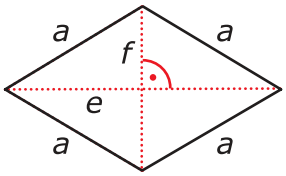
Umfang:
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Raute

Flächeninhalt:
$A = \frac{e \cdot f}{2}$

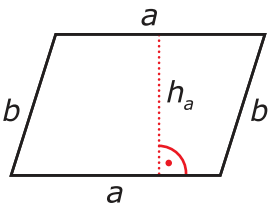
Umfang:
$u = 4 \cdot a$



Parallelogramm

Flächeninhalt:
$A = a \cdot h_a$

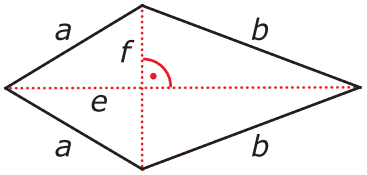
Umfang:
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Drachen

Flächeninhalt:
$A = \frac{e \cdot f}{2}$

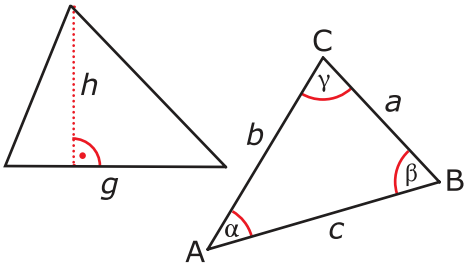
Umfang:
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



Dreieck

Flächeninhalt:
$A = \frac{g \cdot h}{2}$

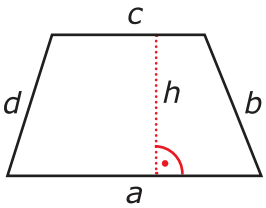
Umfang:
$u = a + b + c$



Trapez

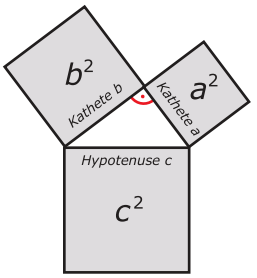
Flächeninhalt:
$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$

Umfang:
$u = a + b + c + d$



Satz des Pythagoras

$a^2 + b^2 = c^2$

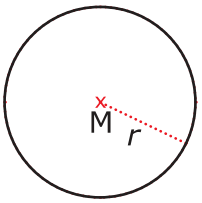


Kreis

Durchmesser:
$d = 2 \cdot r$

Flächeninhalt:
$A = \pi \cdot r^2$

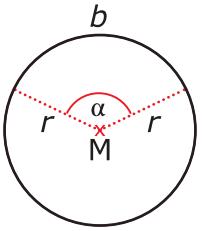
Umfang:
$u = 2 \cdot \pi \cdot r$



Kreissektor

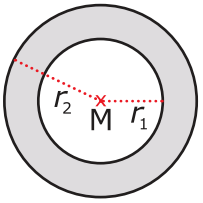
Flächeninhalt:
$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360°}$

Bogenlänge:
$b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}$



Kreisring

Flächeninhalt:
$A = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)$

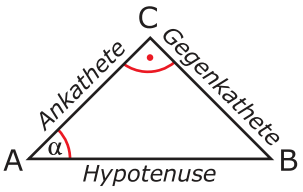


Trigonometrische Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



am allgemeinen Dreieck:

Sinussatz

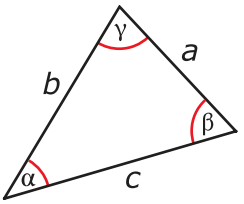
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Kosinussatz

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

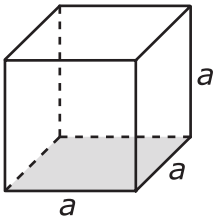
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$



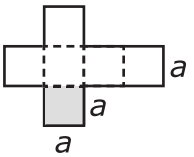
Hamburg | Behörde für Schule, Familie und Berufsbildung

Würfel

Volumen:
$V = a^3$

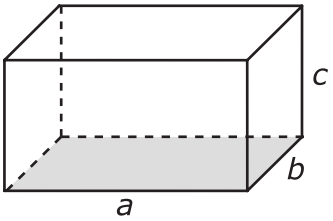


Oberfläche:
$O = 6 \cdot a^2$

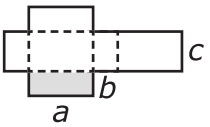


Quader

Volumen:
$V = a \cdot b \cdot c$



Oberfläche:
$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$

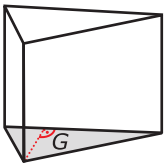


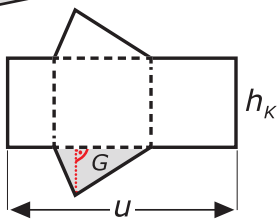
Prisma

Volumen:
$V = G \cdot h_K$

Mantelfläche:
$M = u \cdot h_K$

Oberfläche:
$O = 2 \cdot G + M$



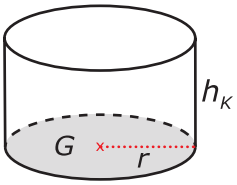


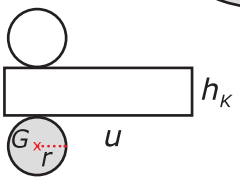
Zylinder

Volumen:
$V = G \cdot h_K$

Mantelfläche:
$M = u \cdot h_K$

Oberfläche:
$O = 2 \cdot G + M$

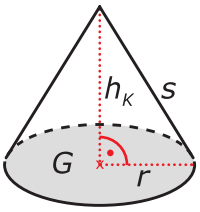




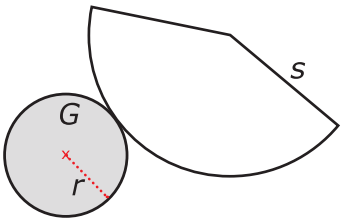
Kegel

Volumen:
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

Mantelfläche:
$M = \pi \cdot r \cdot s$

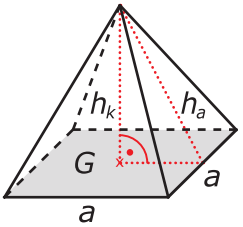


Oberfläche:
$O = G + M$



Pyramide

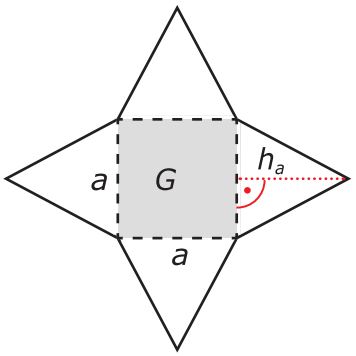
Volumen:
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$



Mantelfläche M
einer quadratischen
Pyramide:

$M = 4 \cdot \frac{a \cdot h_a}{2}$

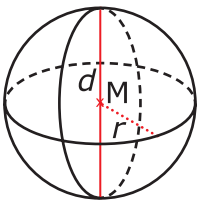
Oberfläche:
$O = G + M$



Kugel

Volumen:
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Oberfläche:
$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$



1. binomische Formel

$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

2. binomische Formel

$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

3. binomische Formel

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Hamburg | Behörde für Schule, Familie und Berufsbildung

Prozentrechnung

Grundwert: $G \mathrel{\hat{=}} 100\,\%$ Prozentsatz: $p\,\% = \frac{p}{100}$ Prozentwert: W

$G = \frac{W}{p\,\%}$ $p\,\% = \frac{W}{G}$ $W = G \cdot p\,\%$

Zinseszins

Anfangskapital: K_0

Zinsfaktor: $q = 1 + \frac{p}{100}$

Anzahl der Jahre: n

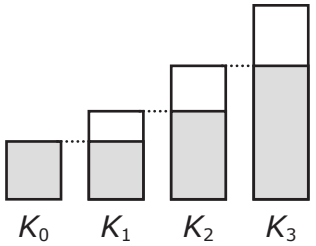
Kapital mit Zinseszins Jahr für Jahr:

1. Jahr: $K_1 = K_0 \cdot q$
2. Jahr: $K_2 = K_1 \cdot q$

$\vdots$ $\vdots$

Kapital mit Zinseszins nach n Jahren:

$K_n = K_0 \cdot q^n$



Potenzgesetze

$a^0 = 1$ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ a, b reelle Zahlen $a > 0, b > 0$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ m, n natürliche Zahlen

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ $(a^m)^n = (a^n)^m$

Wurzelgesetze

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

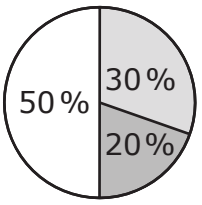
$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Anteile darstellen

Streifendiagramm

30 %	20 %	50 %

Kreisdiagramm



100 % ≙ 360°
10 % ≙ 36°
1 % ≙ 3,6°

Mittelwerte

arithmetisches Mittel $\bar{x}$

Das arithmetische Mittel (Durchschnittswert) ist die Summe aller Werte geteilt durch die Anzahl n der Werte.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Median $\tilde{x}$

Der Median (Zentralwert) liegt in der Mitte aller angeordneten Werte. Bei gerader Anzahl der Werte ist der Median das arithmetische Mittel der beiden mittleren Werte.

Laplace – Wahrscheinlichkeit

Sind alle Ergebnisse bei einem Zufallsexperiment gleich wahrscheinlich, so gilt für das Ereignis E:

$$P(\mathrm{E}) = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Hamburg | Behörde für Schule, Familie und Berufsbildung

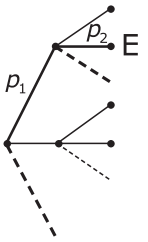
Mehrstufige Zufallsversuche

Mehrstufige Zufallsversuche lassen sich in einem Baumdiagramm darstellen.
Die Wahrscheinlichkeiten lassen sich mit Hilfe der Pfadregeln berechnen.

1. Pfadregel (Produktregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades.

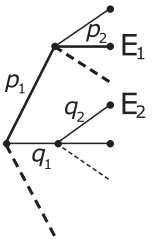
$P(\mathrm{E}) = p_1 \cdot p_2$



2. Pfadregel (Summenregel)

Die Wahrscheinlichkeit eines zusammengetzten Ereignisses E ist gleich der Summe der einzelnen Pfad-Wahrscheinlichkeiten.

$P(\mathrm{E}) = P(\mathrm{E}_1) + P(\mathrm{E}_2) = p_1 \cdot p_2 + q_1 \cdot q_2$



Bezeichnungen von Funktionen

Zuordnungsvorschrift:

$x \mapsto x^2$

Funktionsgleichung:

$y = x^2$ *oder* $f(x) = x^2$

Lineare Funktionen

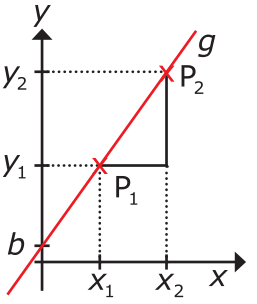
allgemeine Geradengleichung:

$g(x) = y = m \cdot x + b$

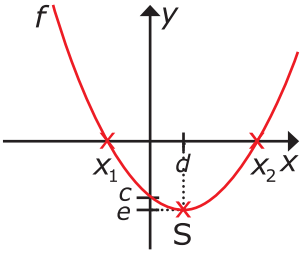
Steigung der Geraden: m

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$; $x_2 \neq x_1$

y-Achsenabschnitt: b



Quadratische Funktionen



Scheitelpunkt $S(d|e)$

allgemeine Form

$f(x) = ax^2 + bx + c$

Scheitelpunktform

$f(x) = a \cdot (x - d)^2 + e$

Normalform

$x^2 + px + q = 0$

Nullstellenbestimmung,
z. B. mit der pq-Formel:

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$, wenn $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$

Es gibt keine Lösung, wenn $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q < 0$.

Exponentielles Wachstum

$f(x) = y = a \cdot q^x$

Anfangswert (Startwert): a
Wachstumsfaktor: q

$(a \in \mathbb{R} \setminus \{0\},\ q \in \mathbb{R}^+)$

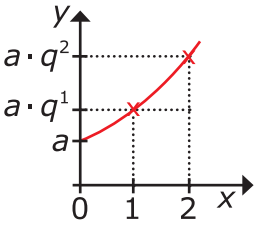
x	0	1	2	...
y	a	$a \cdot q$	$a \cdot q^2$	...

+1 +1

$\cdot q$ $\cdot q$

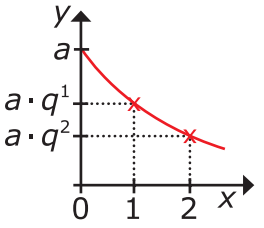
prozentuale Zunahme um p %

$q > 1,\ q = 1 + \frac{p}{100}$

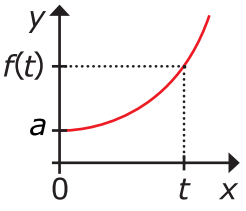


prozentuale Abnahme um p %

$0 < q < 1,\ q = 1 - \frac{p}{100}$



Exponentialfunktion



$f(t) = y = a \cdot b^t$

$t = \log_b\left(\frac{f(t)}{a}\right)$

$f(t)$	*Funktionswert*
a	*Anfangswert*
b	*Wachstumsfaktor*
t	*Zeitpunkt*

Hamburg | Behörde für Schule, Familie und Berufsbildung